Geometrische Aufgaben

für

Mittelschulen

und

Lehrerbildungs-Anstalten.

Gesammelt

von

Joachim Königbauer.

Amberg.
Druck und Verlag von J. Habbel.
1881.

Die Resultate mit Andeutungen zu den Lösungen erscheinen separat.

Geometrische Aufgaben

für

Mittelschulen

und

Lehrerbildungs-Anstalten.

Gesammelt

von

Joachim Königbauer.

Amberg.

Druck und Verlag von J. Habbel.

1881.

Vorwort.

Vorliegende Aufgabensammlung zur Planimetrie und Stereometrie zerfällt in zwei Teile.

Der erste Teil enthält in schematischer Übersicht die Grundaufgaben und die wichtigsten Kombinationen derselben nebst je einem Musterbeispiele. Überall, wo die Geometrie wissenschaftlich betrieben wird, soll dieser Teil zuerst und gründlich durchgegangen werden, denn er gibt einen Überblick über das Schema, in das sich alle in der elementaren Geometrie vorkommenden Rechenaufgaben einreihen lassen und bewahrt zugleich vor einem Übersehen wichtiger Grundaufgaben. Selbstverständlich sollen die Formeln nicht blos mechanisch angewendet, sondern auch entwickelt werden.

Der zweite Teil bietet ein großes Maß geometrischer Rechenaufgaben, die zwar in die gleichen Kapitel, wie die des ersten Teiles, zerfallen, aber innerhalb der einzelnen Kapitel absichtlich nicht ganz streng geordnet sind, damit der Schüler selbst Veranlassung findet, zu entscheiden, zu welcher Haupt- oder Grundaufgabe die einzelnen Beispiele gehören.

Jene Schulen, in denen die Geometrie weniger erschöpfend behandelt wird, können den zweiten Teil als einfache Aufgabensammlung benützen. Unter

A finden sich jedesmal die leichteren Beispiele, die ohne besondere mathematische Kenntnisse bearbeitet werden können; die Aufgaben unter B erfordern jedoch zum Teile schon Vertrautsein mit den Gleichungen des ersten und zweiten Grades.

Die Zahlenverhältnisse der Aufgaben sind möglichst einfach gehalten, so daß ein Teil unter A als Kopfrechnungsbeispiele benützt werden kann. Als Hauptzweck wurde eben das logische Erfassen und nicht das mechanisch-fertige Rechnen betrachtet; letzteres muß bereits auf früheren Stufen zum Abschlusse gebracht sein.

Die weitaus größte Zahl der Aufgaben hat der Herausgeber selbst entworfen; viele wurden mit Erlaubnis den trefflichen Werken von Spitz entnommen; nur wenige stammen aus anderen Sammlungen (von Kehr, Hoffmann und Klein, Jüdt, Dorschel und Lorey, Stubba ꝛc.).

Amberg, im September 1881.

J. Königbauer.

Erster Teil.

Quadrat.

Das Quadrat hat folgende Teile:

Seite $= a$ Diagonale $= D$
Umfang $= U$ Inhalt $= I$

Grundaufgaben.

		Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.		a	U ;	$U = 4a$
	Umkehrung:	U	a ;	$a = ?$
2.		a	I ;	$I = a^2$
	Umkehrung:	I	a ;	$a = ?$
3.		a	D ;	$D = a\sqrt{2}$
	Umkehrung:	D	a ;	$a = ?$
4.	(Ableitung)	D	I ;	$I = \frac{D^2}{2}$
	Umkehrung:	I	D ;	$D = ?$

Verbindungen.

α) Die Teile eines Quadrats.

5.	$(a + D)$	a, D, I	Nach Gleichungen
6.	$(D - a)$	a, D, I	zu lösen.

β) Die Teile zweier Quadrate, von denen die Seiten a und a_1; die Inhalte a^2 und a_1^2 genannt werden.

	Gegeben:	Gesucht:
7.	$(a + a_1)$ und $(a^2 + a_1^2)$	a; a_1; I und I_1 (Gleichungen II. Grades)
8.	$(a + a_1)$ und $(a^2 - a_1^2)$	
9.	$(a - a_1)$ und $(a^2 - a^2)$	
10.	$(a - a_1)$ und $(a^2 + a_1^2)$	

Verwandlungen.

11. Zwei oder mehrere Quadrate sind in eines zu verwandeln.
12. Die Differenz zweier Quadrate ist als ein Quadrat zu geben.

Gefragt ist im ersten Falle nach der Seite des Summaquadrats, im zweiten Falle nach Seite und Inhalt des Differenz-Quadrats.

Musterbeispiele.

(Nach den Nummern des Schemas.)

[Die Aufgaben mit * sind die schwierigeren.]

1. Die Seite eines Quadrats beträgt 4cm. Welchen Umfang hat es?
   Umkehrung. Umfang eines Quadrats = 20 cm. Seite?
2. Seite eines Quadrats = 1,5 m. Inhalt?
   Umkehrung. Inhalt eines Quadrats = 729 qm. Seite?
3. Seite eines Quadrats = 2 m. Diagonale?
   Umkehrung. Diagonale = 14,14. Seite?
4. Diagonale eines Quadrats = 8 cm. Inhalt?
   Umkehrung. Inhalt eines Quadrats = 18 qm. Diagonale?

*5. Die Summe der Seite und der Diagonale eines Quadrats beträgt 12 cm. Wie groß sind Seite, Diagonale und Inhalt?

*6. Diagonale und Seite eines Quadrats differieren um 3 cm. Wie groß sind Seite, Diagonale und Inhalt?

*7. Zwei quadratische Räume sind zusammen 15 m lang und 125 qm groß. Wie groß ist jeder nach Seite und Inhalt?

*8. Zwei quadratische Fenster sind zusammen 9 dm lang; an Inhalt differieren sie um 9 qdm. Wie groß ist jedes nach Seite und Inhalt?

*9. Zwei Quadrate differieren in ihren Seiten um 0,3 m, in ihren Inhalten um 0,81 qm. Welche Seiten und Inhalte haben sie?

*10. Die Seiten zweier Quadrate differieren um 0,4 m; die Inhalte betragen zusammen 2,96 qm. Wie groß sind beide nach Seite und Inhalt?

11. Die Seiten zweier Quadrate sind 25 cm und 37 cm. Wie lang ist die Seite jenes Quadrats, das so groß ist, als beide zusammen?

12. Die Seiten zweier Quadrate sind 36 und 48 m lang. Wie lang ist die Seite des Differenz-Quadrats?

Rechteck.

Das Rechteck hat folgende Teile:

Eine Seite	$= a$	Diagonale	$= D$
Andere Seite	$= b$	Inhalt	$= I$
Umfang	$= U$		

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	a und b	U	; $U = 2(a + b)$
Umkehrung I:	U und b	a	; $a = ?$
Umkehrung II:	U und a	b	; $b = ?$
2.	a und b	I	; $I = ab$
Umkehrung I:	I und b	a	; $a = ?$
Umkehrung II:	I und a	b	; $b = ?$
3.	a und b	D	; $D = \sqrt{a^2 + b^2}$
Umkehrung I:	a und D	b	; $b = ?$
Umkehrung II:	b und D	a	; $a = ?$
4. (Ableitung)	D und a	I	; $I = a\sqrt{D^2 - a^2}$
Oder:	D und b	I	; $I = b\sqrt{D^2 - b^2}$
Umkehrung:	D und I	a und b	(Gleichung mit zwei Unbekannten.)

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:	
5.	$(a + b)$ und D	a, b und I	(Gleichungen II. Grades)
6.	$(a - b)$ und D	a, b und I	
7.	$(a + b)$ und I	a, b und D	
8.	$(a - b)$ und I	a, b und D	

9.	a und $(b + D)$	b, D und I	(Gleichungen II. Grades)
10.	b und $(a + D)$	a, D und I	
11.	a und $(D - b)$	b, D und I	
12.	b und $(D - a)$	a, D und I	

Vergleichung

α) von Rechtecken.

	Gegeben:	Gesucht:
13.	Gleicher Umfang	die Inhalte
14.	Gleiche Inhalte	die Seiten
15.	Gleiche Grundlinien u. ungleiche Höhen	die Inhalte (Vergl.)

β) der Rechtecke mit den vorhergehenden Figuren.

16.	Gleicher Umfang	Inhalt
17.	Gleicher Inhalt	Seiten

Verhältnisse.

Nennt man die homologen Seiten ähnlicher Rechtecke a und a_1, die Inhalte I und I_1, so ergeben sich folgende

Aufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:
18.	a, a_1 und I	I_1
19.	a, a_1 und I_1	I
20.	a, I und I_1	a_1
21.	a_1, I und I_1	a

Verwandlungen.

	Gegeben:	Gesucht:
22.	Ein Quadrat und eine Seite oder Diagonale eines Rechtecks.	Ein inhaltgleiches Rechteck.
23.	Ein Rechteck.	Ein inhaltgleiches Quadrat.

Musterbeispiele.

1. Ein Rechteck ist 23,5 cm lang und 21,5 cm breit. Welchen Umfang hat es?

Umkehrung I. Der Umfang eines Rechtecks beträgt 100 m. Wie breit ist es, wenn die Länge zu 30 m gemessen wird?
Umkehrung II. Umfang 160 m; Länge 50 m. Breite?

2. Ein Rechteck ist 25,2 m lang und 20,5 m breit. Welchen Inhalt hat es?
Umkehrung I. Inhalt = 80 qm; Länge = 16 m. Breite?
Umkehrung II. Inhalt = 120 qm; Breite = 10 m. Länge?

3. Ein Rechteck ist 24 cm breit und 32 cm lang. Wie lang ist seine Diagonale?
Umkehrung I. Länge = 12,5 cm; Diagonale = 20 cm. Breite?
Umkehrung II. Breite = 18 m; Diagonale = 30 m. Länge?

4. Die Diagonale eines Rechtecks mißt 1,6 m; eine Seite 1,2 m. Welchen Inhalt hat es?
*Umkehrung. Der Inhalt eines Rechtecks, dessen Diagonale 15 m beträgt, ist 108 qm. Wie lang und breit ist es?

*5. Umfang eines Rechtecks = 42 m; Diagonale = 15 m. Seiten? Inhalt?

*6. Differenz der Seiten eines Rechtecks = 3 m; Diagonale = 15 m. Seiten? Inhalt?

*7. Umfang eines Rechtecks = 340 cm; Inhalt = 6000 qcm. Seiten? Diagonale?

*8. Differenz der Seiten eines Rechtecks = 92 m; Inhalt = 6720 qm. Seiten? Diagonale?

*9 und 10. Eine Seite eines Rechtecks = 9 m; Summe der anderen Seite und der Diagonale = 81 m. Seiten? Diagonale? Inhalt?

*11 und 12. Eine Seite eines Rechtecks = 10 m; Differenz der Diagonale und der anderen Seite = 2 m. Seiten? Diagonale? Inhalt?

13. Zwei Rechtecke haben gleichen Umfang, nämlich 100 m. Beim ersten verhalten sich die Seiten wie 2 : 3, beim zweiten wie 3 : 7. Wie verhalten sich die Inhalte?

14. Zwei Rechtecke haben gleichen Inhalt, nämlich 1200 qm. Welches sind die Umfänge, wenn die Seiten beim ersten wie

3 : 4, beim zweiten wie 1 : 3 sich verhalten? (Welches hat den kleinsten Umfang?)

15. Zwei Rechtecke haben gleiche Grundlinie zu 8,5 m Länge. Wie verhalten sich die Inhalte, wenn das erste eine Höhe von 6,4 m, das zweite eine solche von 5,2 m hat?

16. Ein Rechteck und ein Quadrat haben gleichen Umfang, nämlich 80 m. Wie verhalten sich die Inhalte, wenn eine Seite des Rechtecks 25 m lang ist? (Welche rechteckige Figur hat bei gleichem Umfange den größten Inhalt?)

17. Ein Rechteck und ein Quadrat haben gleichen Inhalt, nämlich 576 qm. Wie verhalten sich die Umfänge, wenn eine Seite des Rechtecks 18 m mißt? (Welche rechteckige Figur hat bei gleichem Inhalte den kleinsten Umfang?)

18. Die Längen zweier ähnlicher Rechtecke verhalten sich wie 1 : 2; der Inhalt des größeren beträgt 252 qm. Welchen Inhalt hat das kleinere?

19, 20 und 21. Bilde nach dem Schema die drei Aufgaben selbst.

22. a) Ein Quadrat von 20,5 m Seitenlänge soll in ein Rechteck von 15 m Breite umgewandelt werden. Wie lang muß letzteres sein?

*b) Ein Quadrat von 6 m Seitenlänge soll in ein Rechteck umgewandelt werden, dessen Diagonale 10 m mißt. Wie lang sind die Seiten?

23. Ein Rechteck von 600 qm soll in ein gleich großes Quadrat verwandelt werden. Welche Seite muß ihm gegeben werden?

Dreiecke im Allgemeinen.

Die Teile eines Dreiecks sind:

Grundlinie	$= g$	die drei Seiten	$= a, b, c$
Höhe	$= h$	Inhalt	$= I$

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	g und h	I	; $I = \frac{g \cdot h}{2}$
Umkehrung I.	g und I	h	; $h = ?$
Umkehrung II.	h und I	g	; $g = ?$
2.	a, b, c	I	; I nach der Formel der drei

Brüder: $= \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c).(a+b-c).(a+c-b).(b+c-a)}$
Oder: Nennt man den halben Umfang des Dreiecks $= S$, so ist $I = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$.

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:	
3.	$(g+h)$ und I	g und h	Durch Gleichungen
4.	$(g-h)$ und I	g und h	zu lösen.

Verhältnisse.

Aus den drei Seiten eines Dreiecks und den drei zugehörigen Höhen ergeben sich gewisse Proportionen. Nennt man die drei Seiten a, b, c; die zugehörigen Höhen a_1, b_1 und c_1, so ergeben sich folgende Aufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:
5.	a; b_1; c_1;	b, c und I (zwei Umkehrungen)
6.	a_1; b_1; c_1;	a, b, c und I.

Musterbeispiele.

1. Die Grundlinie eines Dreiecks mißt 7 m, die Höhe 4 m. Inhalt?
   Umkehrung I. Grundlinie eines Dreiecks = 8 cm; Inhalt 50 qcm. Höhe?
   Umkehrung II. Inhalt eines Dreiecks = 510 qm; Höhe = 40 m. Grundlinie?
2. Die Seiten eines Dreiecks messen 20, 22 und 24 cm. Welchen Inhalt hat dasselbe?

*3. Grundlinie und Höhe eines Dreiecks messen zusammen 20 cm; der Inhalt beträgt 48 qcm. Gesucht Grundlinie und Höhe.

*4. Die Höhe eines Dreiecks ist um 2 m größer als die Grundlinie; der Inhalt beträgt 17,5 qm. Gesucht Grundlinie und Höhe.

*5. Eine Seite eines Dreiecks ist 12 m; die Höhen, welche zu den beiden anderen Seiten gehören, sind 9 m und 6 m. Gesucht jene Seiten und die Fläche. (Zwei Umkehrungen sollen selbst gebildet werden.)

*6. Die drei Höhen eines Dreiecks sind 12, 14 und 16 cm. Gesucht werden die Seiten und die Fläche.

Rechtwinkliges Dreieck.

Die Grundaufgaben über das rechtwinklige Dreieck fallen fast ganz mit jenen über das Rechteck zusammen. Teile des rechtwinkligen Dreiecks sind:

Eine Kathete (Seite) $= a$	Hypotenuse (Diagonale) $= H$
Andere Kathete (Seite) $= b$	Inhalt $= I$

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	a und b	I	; $I = \frac{ab}{2}$
Umkehrung I	a und I	b	; $b = ?$
Umkehrung II	b und I	a	; $a = ?$
2.	a und b	H	; $H = \sqrt{a^2 + b^2}$
Umkehrung I	a und H	b	; $b = ?$
Umkehrung II	b und H	a	; $a = ?$
3. (Ableitung)	a und H	I	; $I = \frac{a.\sqrt{H^2 - a^2}}{2}$
Oder	b und H	I	; $I = ?$
Umkehrung	H und I	a und b	; (quadratische Gleichung).

Die Verbindungen etc.
sind analog jenen beim Rechteck.

(Siehe nachstehende Musterbeispiele von Nr. 4 an.)

Musterbeispiele.

1. Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 8 cm und 10 cm lang. Welchen Inhalt hat es?
Umkehrung I und II sollen selbst gebildet werden.
2. Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks messen 23 cm und 264 cm. Wie lang ist die Hypotenuse?
Umkehrung I und II. Eine Kathete und die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks messen 2 m und 10,1 m. Wie lang ist die andere Kathete?
3. Eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist 5, die Hypotenuse 13 m lang. Gesucht ist der Inhalt.
*Umkehrung. Der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 294 qm. Wie groß sind die Katheten, wenn die Hypotenuse 35 m mißt?

*4. Summe der Katheten = 42 m; Hypotenuse = 30 m. Katheten? Inhalt?

*5. Differenz der Katheten = 62 m; Hypotenuse = 82 m. Katheten? Inhalt?

*6. Summe der Katheten = 34 m; Inhalt = 120 qm. Katheten? Hypotenuse?

*7. Differenz der Katheten = 2 m; Inhalt = 24 qm. Katheten? Hypotenuse?

*8. Eine Kathete = 40 m; Summe der Hypotenuse und der anderen = 50 m. Kathete? Hypotenuse? Inhalt?

*9. Eine Kathete = 16 m; Differenz der Hypotenuse und der anderen Kathete = 2 m. Katheten? Hypotenuse? Inhalt?

10. Die Grundlinien zweier Dreiecke messen je 9 m; die Höhe des ersten ist 6, die des zweiten 8 m groß. Wie verhalten sich die Inhalte?

11. Die Inhalte zweier Dreiecke sind gleich, nämlich 48 qm; die Grundlinien der beiden sind 12 m und 16 m. Wie verhalten sich die Höhen?
12. Die gleichliegenden Seiten zweier ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 2 : 3. Der Inhalt des größeren beträgt 80 qm. Welchen Inhalt hat das kleinere?
13. Die Inhalte ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 9 : 16. Eine Seite des ersten Dreiecks mißt 6 m. Wie lang ist die homologe Seite des zweiten?

Gleichseitiges Dreieck.

Am gleichseitigen Dreieck ist zu nennen:

die Seite $= a$ der Inhalt $= I$
die Höhe $= h$ der Umfang $= U$

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	a	U	; $U = 3a$
Umkehrung.	U	a	; $a = ?$
2.	a	h	; $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
Umkehrung.	h	a	; $a = ?$
3.	a	I	; $I = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$
Umkehrung.	I	a	; $a = ?$
4.	h	I	; $I = \frac{h^2}{3}\sqrt{3}$
Umkehrung.	I	h	; $h = ?$

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:	
5.	$(a + h)$	a, h und I	(Gleichungen
6.	$(a - h)$	a, h und I	II. Grades)

Vergleichungen.

Das gleichseitige Dreieck kann mit Quadraten verglichen werden.

	Gegeben:	Gesucht:
7.	gleicher Umfang	die Inhalte
8.	gleiche Inhalte	Seite und Umfang
9.	gleiche Seite	Inhalte und Umfang

Verhältnisse.

Die Seiten von zwei gleichseitigen Dreiecken sind a und a_1; die Inhalte I und I_1.

Aufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:
10.	a, a_1 und I	I_1
11.	a, a_1 und I_1	I
12.	a, I und I_1	a_1
13.	a_1, I und I_1	a

Musterbeispiele.

1. Seite eines gleichseitigen Dreiecks = 4 m. Umfang? Umkehrung. Umfang = 21,6 m. Seite = ?

*2. Seite eines gleichseitigen Dreiecks = 9 cm. Höhe? Umkehrung. Höhe = 12 cm. Seite?

*3. Seite eines gleichseitigen Dreiecks = 6 m. Inhalt? Umkehrung. Inhalt = 100 qm. Seite?

*4. Höhe eines gleichseitigen Dreiecks = 10 cm. Inhalt? Umkehrung. Inhalt = 200 qm. Höhe?

*5. Summe der Höhe und Seite eines gleichseitigen Dreiecks = 20 cm. Seite? Höhe? Inhalt?

*6. Differenz der Höhe und der Seite eines gleichseitigen Dreiecks = 8 cm. Seite? Höhe? Inhalt?

*7. Ein gleichseitiges Dreieck und ein Quadrat haben gleichen Umfang, nämlich 12 m. Wie verhalten sich die Inhalte?

*8. Ein gleichseitiges Dreieck und ein Quadrat haben gleichen Inhalt, nämlich 144 qm. Wie verhalten sich die Umfänge? (Seiten?)

*9. Ein gleichseitiges Dreieck und ein Quadrat haben gleiche Seiten zu 5 m Länge. Wie verhalten sich die Inhalte und Umfänge?

10. Die Seiten zweier gleichseitiger Dreiecke sind 3,4 m und 5 m lang; der Inhalt des ersten beträgt 5,00548 qm. Wie groß ist das zweite? (Statt der wirklichen Seiten oder Inhalte kann deren Verhältnis gegeben sein!)

11. Die Seiten zweier gleichseitiger Dreiecke verhalten sich wie 2 : 3. Der Inhalt des ersten beträgt 65,93721 qm. Welchen Inhalt hat das zweite?

12 und 13. Stelle diese Aufgaben selbst zusammen.

Gleichschenkliges Dreieck.

Ein gleichschenkliges Dreieck hat folgende Teile:

Schenkel	$= S$	Höhe	$= h$
Grundlinie	$= g$	Inhalt	$= I$

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	g und S	I	; $I = \frac{g}{4} \sqrt{4\,S^2 - g^2}$
Umkehrung I	S und I	g, h;	(Gleichung II. Grades)
Umkehrung II	g und I	S, h	?
2.	g und h	I	; $I = \frac{g \,.\, h}{2}$
Umkehrung I	h und I	g	?
Umkehrung II	g und I	h	?
3.	h und S	I, g;	$I = h \,.\, \sqrt{S^2 - h^2}$

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:
4.	$(g + h)$ und I	g, h und S
5.	$(g - h)$ und I	g, h und S
6.	$(S + h)$ und g	S, h und I
7.	$(S - h)$ und g	S, h und I
8.	$(S + g)$ und h	S, g und I
9.	$(S - g)$ und h	S, g und I
10.	Umfang und h	g, S und I

Für das rechtwinklige gleichschenklige Dreieck kann noch vorkommen:

11.	Umfang	g, h, S und I

(Gleichungen II. Grades.)

Verhältnisse

analog jenen beim gleichseitigen Dreieck.

Musterbeispiele.

1. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks mißt 5,6 m; der Schenkel 3,5 m. Wie groß ist der Inhalt?
 * Umkehrung I. Schenkel = 10,2 m; Inhalt = 43,2 qm. Grundlinie? Höhe?
 Umkehrung II. Grundlinie = 9,6 cm; Inhalt = 17,28 qcm. Höhe? Schenkel?

2. Bilde diese Aufgaben selbst. (Mit welchen anderen fallen sie zusammen?)

3. Die Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks mißt 16,8 cm; der Schenkel 17,5 cm. Wie groß ist die Grundlinie und der Inhalt?

*4. Summe der Grundlinie und Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks = 14 m; Inhalt = 24 qm. Grundlinie? Höhe? Schenkel?

*5. Differenz der Grundlinie und Höhe = 4,2 m; Inhalt = 50,84 qm. Grundlinie? Höhe? Schenkel?

*6. Summe des Schenkels und der Höhe = 32 cm; Grundlinie = 16 cm. Gesucht der Schenkel, die Höhe und der Inhalt.

*7. Differenz von Schenkel und Höhe = 1 m; Grundlinie = 6 m. Gesucht Schenkel, Höhe und Inhalt.

*8. Summe von Schenkel und Grundlinie = 33 cm; Höhe = 15 cm. Gesucht Schenkel, Grundlinie und Inhalt.

*9. Differenz des Schenkels und der Grundlinie = 3 m; Höhe = 12 m. Gesucht Schenkel, Grundlinie und Inhalt.

*10. Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks = 100 m; Höhe = 25 m. Gesucht die drei Seiten und der Inhalt.

*11. Umfang eines rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks = 10 cm. Gesucht werden die drei Seiten und der Inhalt.

Rhombus.

Die Teile des Rhombus sind:

Seite = S	große Diagonale = D	Inhalt = I
Höhe = h	kleine Diagonale = d	Umfang = U

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	S und h	I	; $I = S.h$.
	Zwei Umkehrungen.		
2.	S und D	d, I und h	(Siehe gleichsch. Dreieck)
3.	S und d	D, I und h	(Siehe gleichsch. Dreieck)
4.	D und d	S, I und h	(Siehe Quadrat)
5.	D und I	d, S und h	(Siehe gleichsch. Dreieck)
6.	S	U	; $U = 4S$
7.	h und D	S, I, d	(Nach d. Formel der drei Brüder)

Zerlegt man den Rhombus in zwei Dreiecke mit den Seiten D; x und x, so ist der Inhalt des Rhombus nach der Angabe hx; nach der Formel der drei Brüder

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(D+x+x).(D+x-x).(x+x-D).(D+x-x)}$$

also: $h.x = \frac{1}{2}\sqrt{(2x+D).D.D.(2x-D)}$

Musterbeispiele.

1. Die Seite einer Raute mißt 5 m, die Höhe 3,8 m. Inhalt? Umkehrung I. und II. Bilde selbst Aufgaben.

2 und 3. Die Seite einer Raute mißt 11,7 cm, eine Diagonale 9 cm. Gesucht die andere Diagonale, der Inhalt und die Höhe.

4. Die Diagonalen einer Raute sind 10,2 und 20,4 cm lang. Gesucht ist Seite, Inhalt und Höhe.

5. Eine Diagonale einer Raute mißt 18 cm; der Inhalt beträgt 108 qcm. Gesucht ist die andere Diagonale, der Inhalt und die Höhe.

6. Seite einer Raute = 9 m. Umfang?

*7. Höhe einer Raute = 4,8 m; Diagonale = 8 m. Gesucht die Seite, der Inhalt und die andere Diagonale.

Rhomboid.

Teile desselben:	Seiten = S und s	Höhe = h
	Inhalt = I	Umfang = U

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	S und h	I ;	$I = S \cdot h$
2.	S und s	U ;	$U = 2S + 2s$

Die Umkehrungen sind selbstverständlich.

Paralleltrapez.

Größere Parallele = a; die beiden anderen Seiten = c und d
Kleinere Parallele = b; Höhe = h; Inhalt = I.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	a, b, h	I	; $I = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Umkehrungen leicht.

2.	a, b, c, d	I	

$$I = \frac{a+b}{4(a-b)} \sqrt{(b+c+d-a).(a+c+d-b).(a+c-b-d).(a+d-b-c)}$$

Musterbeispiele.

(Rhomboid.)

1. Seite eines Rhomboids = 3,6 m; Höhe = 2,4 m. Inhalt?
2. Seiten eines Rhomboids 8,4 m und 5,2 m. Umfang?
   Umkehrung. Inhalt = 360 qm; Höhe = 18 m. Seite?

(Paralleltrapez.)

1. Die beiden Parallelen eines Trapezes = 10,4 cm und 8,2 cm; die Höhe = 6,8 cm. Inhalt?
   Umkehrung. Inhalt = 240,5 qm; Höhe 5 m. Mittellinie? Gesucht ferner die beiden Parallelen, wenn sich dieselben wie 2 : 3 verhalten.
2. Die beiden Parallelen 9 m und 6 m; die beiden anderen Seiten 4 m und 5 m. Inhalt?

Vielecke.

Seite = S Inhalt = I Umfang = U

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	S	U	(Siehe II. Teil, Vielecke!)
2.	S	I	
		Umkehrungen:	
3.	U	S	
4.	I	S	

Musterbeispiele.

1. Seite eines regulären Drei-, Vier-, Fünf-, Sechsecks 2c. = 4 cm. Umfang?
2. Seite eines regulären Drei-, Fünf-, Sechs-, Achtecks 2c. = 5 cm. Inhalt?

3. und 4. Bilde diese Beispiele selbst.

Kreis.

Radius = r Durchmesser = d Umfang = p
Inhalt = I Ludolphine = π

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:		Formel:
1.	r	p	:	$p = 2\,r\pi$
Oder	d	p	;	$p = d\,\pi$
Umkehrungen leicht.				
2.	r	I	;	$I = r^2\,\pi$
Oder	d	I	;	$I = \frac{d^2}{4}\,\pi$
Die Umkehrungen sind zu suchen.				
3. (Ableitung)	p	I	;	$I = \frac{p^2}{4\,\pi}$

Verbindungen.

Die Radien zweier Kreise sind r und R, die Inhalte $r^2\,\pi$ und $R^2\,\pi$.

	Gegeben:	Gesucht:	
4.	$(R + r)$ und $(R^2\,\pi + r^2\,\pi)$	R, r	(Gleichungen II. Grades)
5.	$(R - r)$ und $(R^2\,\pi + r^2\,\pi)$	R, r	
6.	$(R + r)$ und $(R^2\,\pi - r^2\,\pi)$	R, r	
7.	$(R - r)$ und $(R^2\,\pi - r^2\,\pi)$	R, r	

Verhältnisse.

Hauptproportionen:

α. Umfang : Bogen = 360° : Zentriwinkel (des betr. Bogens)
β. Inhalt : Sektor = 360° : Zentriwinkel
γ. Umfang : Bogen = Inhalt : Sektor

Grundaufgaben.

Radius = r Bogen = b Zentriwinkel = w
Sektor = s Inhalt = I Umfang = U

	Radius.	Bogen.	Zentriwinkel.	Sektor.
8.	r	b	?	?
9.	r	?	w	?
10.	r	?	?	s
		Ableitungen:		
11.	U	b	?	?
12.	U	?	w	?
13.	U	?	?	s
14.	I	b	?	?
15.	I	?	w	?
16.	I	?	?	s
17.	?	b	w	?
18.	?	b	?	s
19.	?	?	w	s

Nennt man die Radien oder Umfänge zweier Kreise (oder das Verhältnis derselben) R und r, die Inhalte I und I_1, so ist

	Gegeben:	Gesucht:
20.	R, r und I	I_1
21.	R, r und I_1	I
22.	R, I und I_1	r
23.	r, I und I_1	R

Vergleichungen.

Der Kreis wird verglichen mit den regulären Vielecken und mit dem Quadrat.

	Gegeben:	Gesucht:
24.	gleicher Umfang	die Inhalte
25.	gleiche Inhalte	die Umfänge
26.	Vielecksseite	Radius eines eingeschriebenen und umschriebenen Kreises
27.	Radius eines Kreises	Seite eines eingeschriebenen und umschriebenen Vielecks

Verwandlungen.

	Gegeben:	Gesucht:
28.	die Inhalte oder Radien mehrerer Kreise	der Summakreis
29.	die Inhalte oder Radien mehrerer Kreise	der Differenzkreis

Musterbeispiele.

(π meist = 3,14.)

1. Radius eines Kreises = 7,8 cm. Umfang?
Umkehrung. Umfang = 348 cm. Radius?
2. Radius = 4,2 m. Inhalt?
Umkehrung. Inhalt = 1256 qm. Radius? Durchmesser?
3. Umfang = 15,70 cm. Inhalt?

*4. Summe zweier Radien = 17 m; Summe der Inhalte zweier Kreise = 467,86 qm. Gesucht R und r.

*5. Differenz der Radien zweier Kreise = 10 m; Summe der Inhalte = 1570 qm. Gesucht R und r.

*6. Summe der Radien = 30 cm; Differenz der Inhalte = 942 qm. Gesucht R und r.

*7. Differenz der Radien = 3 m; Differenz der Inhalte = 160,14 qm. Gesucht R und r.

8. Radius eines Kreises = 4 m; Bogen = 1,57 m. Gesucht der zum Bogen gehörige Zentriwinkel und Sektor.
9. Radius eines Kreises = 5 m; ein Zentriwinkel beträgt 25°. Gesucht der zum Zentriwinkel gehörige Bogen und Sektor.
10. Radius = 6 cm; Sektor 14,13 qcm. Wie groß ist der zum Sektor gehörige Bogen und Zentriwinkel?
11. Umfang eines Kreises = 50,24 m; Bogen = 6,28 m. Gesucht der zugehörige Zentriwinkel und Sektor.

12. Umfang = 20,096 m; Zentriwinkel = 24°. Gesucht der zugehörige Bogen und Sektor.
13. Umfang = 62,8 m; Sektor = 12,56 qm. Gesucht der zugehörige Bogen und Zentriwinkel.
14. Inhalt eines Kreises = 5,3066 qm; Bogen = 0,5125 m. Gesucht der Zentriwinkel und Sektor.
15. Der Inhalt eines Kreises beträgt 210,24 qm; ein Zentriwinkel beträgt 15°. Gesucht ist der zugehörige Bogen und Sektor.
16. Der Inhalt eines Kreises ist 1000 qm; ein Sektor beträgt 300 qm. Gesucht ist der zugehörige Bogen und Zentriwinkel.
17. Ein Bogenstück eines Kreises ist 8 m lang; der zugehörige Zentriwinkel beträgt 18°. Gesucht ist der Radius und der Sektor.
18. Ein Bogenstück eines Kreises beträgt 31,4 cm, der entsprechende Sektor 392,5 qcm. Gesucht ist der Radius und der Zentriwinkel.
19. Ein Kreissektor hält 110 qcm; der zugehörige Zentriwinkel 11°. Gesucht ist der Radius und der zugehörige Bogen.
20. Die Radien zweier Kreise verhalten sich wie 1 : 5; der Inhalt des ersten beträgt 12,4 qcm. Wie groß ist der zweite Kreis?
21. Bilde diese Aufgabe selbst.
22. Die Inhalte zweier Kreise verhalten sich wie 1 : 4; der Radius des ersten beträgt 4 cm. Wie groß ist der Radius des zweiten?
23. Bilde diese Aufgabe selbst.
24. Ein Kreis und ein reguläres Sechs-, Vier- und Dreieck haben gleichen Umfang, nämlich 12,56 cm. Wie verhalten sich die Inhalte?
25. Ein Kreis, ein reguläres Drei-, Vier und Sechseck haben gleichen Inhalt, nämlich 1000 qcm. Wie verhalten sich die Umfänge? (Leite aus Nr. 24 und 25 allgemeine Sätze ab.)
26. Gegeben die Seite eines regulären Drei-, Vier- und Sechsecks zu 6 cm. Gesucht der Radius des eingeschriebenen und umschriebenen Kreises.

27. Gegeben der Radius eines Kreises zu 8 cm. Gesucht die Seite des in den Kreis eingeschriebenen und umschriebenen regulären Drei-, Vier- und Sechsecks.

28. Die Radien dreier Kreise sind 5, 8 und 12 cm lang. Wie lang ist der Radius jenes Kreises, der so groß ist, als alle drei zusammen?

29. Die Radien zweier Kreise betragen 4,8 cm und 6 cm. Wie groß ist der Radius des Differenzkreises?

Ellipse.

Große halbe Achse $= a$	kleine halbe Achse $= b$
Umfang $= U$	Inhalt $= I$

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	a, b	U	; $U = \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}$ [näherungsweise]
2.	a, b	I	; $I = ab\pi$

Umkehrung ist selbst zu bilden.

Vergleichungen.

Die Ellipse wird verglichen mit einem Kreis oder Rechteck.

	Gegeben:	Gesucht:
3.	gleiche Dimensionen	die Inhalte
4.	gleiche Umfänge	die Inhalte

Musterbeispiele.

1. Die Achsen einer Ellipse sind 10 und 6 m lang. Wie groß ist der Umfang?

2. Die Achsen einer Ellipse sind 12 und 8,4 m lang. Welchen Inhalt hat sie?

Umkehrung. Bilde selbst zwei Beispiele, in denen a und b gesucht sind.

3. Länge und Breite eines Rechtecks sind eben so lang, als die Achsen einer Ellipse, nämlich 20 und 14 cm. Wie verhalten sich die Flächen?
4. Eine Ellipse von 24 und 18 cm langen Achsen hat mit einem Kreise gleichen Umfang. Wie verhalten sich die Inhalte?

Würfel.

Vorbemerkung. Die Grundflächen und Seitenflächen der meisten stereometrischen Körper sind planimetrische Figuren und infolge dessen schon früher abgehandelt; ebenso verhält es sich mit den Verbindungen der einzelnen Teile jener Flächen. Es werden daher diese Flächen hier nur mehr in ihren neuen Beziehungen betrachtet.

Kante des Würfels $= k$ Oberfläche $= O$
Diagonale $= d$ Inhalt $= I$

Übersicht.

	Kante.	Diagonale.	Oberfläche.	Inhalt.
α.	k	?	?	?
β.	?	d	?	?
γ.	?	?	O	?
δ.	?	?	?	I

Unter α stehen die

Grundaufgaben.

	Gegeben:	Gesucht:	Formel:
1.	k	d	; $d = k\sqrt{3}$
2.	k	O	; $O = 6\,k^2$
3.	k	I	; $I = k^3$

Ableitungen.

4.	d	k, O, I	Entweder ist die Formel durch
5.	O	k, d, I	Umformung obiger Gleichungen ꝛc.
6.	I	k, d, O	zu ermitteln, oder die Lösung geschieht indirekt.

Verbindungen

α) der Teile eines Würfels.

	Gegeben:	Gesucht:	Lösung:
7.	$(d+k)$	k, d, O und I	Quadratische Gleichung.
8.	$(d-k)$	k, d, O und I	Quadratische Gleichung.

β) der Teile zweier Würfel,

wenn die Kanten $= k$ und k_1, die Oberflächen $= O$ und O_1, die Inhalte $= I$ und I_1 sind.

9.	$(k+k_1)$ u. $(I+I_1)$	k, k_1, I u. I_1	Quadr. Gleichung.
10.	$(k-k_1)$ u. $(I-I_1)$	"	" "
11.	$(k+k_1)$ u. $(O+O_1)$	"	" "
12.	$(k-k_1)$ u. $(O+O_1)$	"	" "
13.	$(k+k_1)$ u. $(O-O_1)$	"	" "
14.	$(k-k_1)$ u. $(O-O_1)$	"	" "

Anmerkung. Andere Formen führen auf höhere Gleichungen.

Verhältnisse.

	Gegeben:	Gesucht:
15.	Das Verhältnis zweier Kanten und ein Inhalt (oder eine Oberfläche)	Die Kanten und der zweite Inhalt (die zweite Oberfläche)
16.	Das Verhältnis zweier Inhalte und eine Kante	Die Inhalte und die andere Kante

Verwandlungen.

17. Zwei oder mehrere Würfel sollen in einen verwandelt werden.
18. Die Differenz zweier Würfel soll als Würfel dargestellt werden.

Musterbeispiele.

1. Die Kante eines Würfels = 4,2 m. Diagonale?
2. Kante eines Würfels = 5 m. Oberfläche?
3. Kante eines Würfels = 12 cm. Inhalt?
4. Diagonale eines Würfels = 9 cm. Kante? Oberfläche? Inhalt?

5. Oberfläche eines Würfels = 864 qm. Kante? Diagonale? Inhalt?

6. Inhalt eines Würfels = 4096 cbm. Kante? Diagonale? Oberfläche?

*7. Summe der Diagonale und Kante eines Würfels = 8 cm. Gesucht alle Teile des Würfels.

*8. Differenz der Diagonale und Kante eines Würfels = 1,5 m. Gesucht alle Teile des Würfels.

*9. Summe zweier Kanten zweier Würfel = 18 cm; Summe der Inhalte = 1512 ccm. Gesucht die Kanten.

*10. Differenz zweier Kanten zweier Würfel = 2 cm; Differenz der Inhalte = 612 ccm. Gesucht die Kanten.

*11. Summe zweier Kanten zweier Würfel = 13 m; Summe ihrer Oberflächen = 444 qm. Gesucht die Kanten und Inhalte.

*12. Differenz zweier Kanten = 5 cm; Summe der Oberflächen = 750 qcm. Gesucht die Kanten und Inhalte.

*13. Summe zweier Kanten = 23 cm; Differenz der Oberflächen = 976 qcm. Gesucht die Kanten und Inhalte.

*14. Differenz zweier Kanten = 30 m; Differenz der Oberflächen = 1800 qm. Gesucht die Kanten und Inhalte.

15. Die Kanten zweier Würfel verhalten sich wie 2 : 3; der Inhalt des kleineren beträgt 1000 cbm. Wie groß sind die Kanten und der Inhalt des größeren Würfels?

16. Die Inhalte zweier Würfel verhalten sich wie 4 : 7. Die Kante des kleineren beträgt 3 cm. Welche Kante hat der größere?

17. Die Kanten zweier Würfel betragen 1,5 und 6,4 cm. Welche Kante hat jener Würfel, der so groß ist, als beide zusammen?

18. Die Kanten zweier Würfel betragen 10 cm und 20 cm. Wie groß ist die Kante des Differenz-Würfels?

Säule.

Vorbemerkung. Der Inhalt einer jeden Säule wird gefunden durch Multiplikation von Grundfläche und Höhe; Formel: $I = g \cdot h$. In der nachstehenden Übersicht deutet das Fragezeichen ohne „r" auf das, was direkt und unbedingt gefunden werden kann. Das Fragezeichen mit „r" deutet auf das, was nur indirekt gefunden werden kann, wenn die Säule regulär ist.

Grundfläche $= g$ Höhe $= h$ Umfang $= U$
Inhalt $= I$ Mantel $= M$ Oberfläche $= O$

Das mit Buchstaben bezeichnete ist gegeben.

Übersicht,

aus der sich die Grundaufgaben und Umkehrungen leicht ergeben.

	Grundfläche.	Höhe.	Inhalt.	Mantel.	Oberfläche.
1.	g	h	?	?r	?r
2.	U	h	?r	?	?r
3.	g	?	I	?r	?r
4.	U	?r	I	?r	?r
5.	g	?r	?r	M	?
6.	U	?	?r	M	?r
7.	g	?r	?r	?	O
8.	U	?r	?r	?r	O
9.	?	h	I	?r	?r
10.	? (U)	h	?r	M	?r
11.	?	?r	?r	M	O

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:
12.	Summe von h und Grundkante einer regulären Säule und O	Grundkante, h, I
13.	Differenz von h und Grundkante einer regulären Säule und O (Gleichungen II. Grades).	Grundkante, h, I

Verhältnisse

α) an einer Säule.

	Gegeben:	Gesucht:
14.	Verhältnis von Länge, Breite und Höhe und der Inhalt.	Länge, Breite, Höhe und Oberfläche.
15.	Verhältnis von Länge, Breite und Höhe und die Oberfläche.	Länge, Breite, Höhe und Inhalt.

β) Verhältnis ähnlicher Prismen.

16.	Verhältnis zweier Kanten und ein Inhalt (oder eine Oberfl.)	Der zweite Inhalt (die zweite Oberfläche)
17.	Verhältnis zweier Inhalte (oder Oberfl.) und eine Kante.	die zweite Kante.

Vergleichung

der Prismen mit dem Würfel und unter einander.

	Gegeben:	Gesucht:
18.	gleiche Oberflächen	das Verhältnis der Inhalte
19.	gleiche Inhalte	das Verhältnis der Oberflächen.

Verwandlungen.

20. Mehrseitige reguläre Prismen sind in größtmöglichste reguläre wenigerseitige zu verwandeln. (Auch umgekehrt.)
21. Umfang, Oberfläche und Inhalt eines Prismas sollen durch Änderung der Kante 2-, 3-, n mal so groß oder so klein werden.

Musterbeispiele.

1. Grundfläche einer senkrechten Säule = 36 qm; Höhe = 7 m. Gesucht a) zunächst der Inhalt; b) die Oberfläche und der Mantel, wenn angenommen wird, daß die Säule eine quadratische ist.
2. Umfang einer senkrechten Säule = 20 cm; Höhe = 8 cm. Gesucht der Mantel (wenn quadratisch, auch Inhalt und Oberfläche).

3. Grundfläche einer senkrechten Säule = 1,69 qm; Inhalt = 13,52 cbm. Gesucht die Höhe (wenn quadratisch, auch Mantel und Oberfläche).
4. Der Umfang einer regulären sechsseitigen Säule beträgt 7,2 cm; der Inhalt = 18,7056 ccm. Gesucht: Höhe, Mantel, Oberfläche.
5. Grundfläche einer senkrechten Säule = 3,74112 qm; Mantel = 43,2 qm. Gesucht die Oberfläche (und wenn regelmäßig sechsseitig, auch Höhe und Inhalt).
6. Umfang einer Säule = 4,5 m; Mantel = 11,25 qm. Gesucht wird die Höhe (und wenn regelmäßig dreiseitig, auch Inhalt und Oberfläche).
7. Grundfläche einer senkrechten Säule = 0,64 qm; Oberfläche = 49,28 qm. Gesucht der Mantel (und wenn quadratisch, auch Höhe und Inhalt).
8. Der Umfang einer achtseitigen, regelmäßigen Säule = 7,2 m; Oberfläche = 18,62136 qm. Gesucht: Höhe, Inhalt und Mantel.
9. Höhe einer senkrechten Säule = 6 m; Inhalt = 11,76 cbm. Gesucht die Grundfläche (und wenn quadratisch, auch Mantel und Oberfläche).
10. Höhe einer senkrechten Säule = 12,5 cm; Mantel = 150 qcm. Gesucht der Umfang der Grundfläche (und wenn regelmäßig zehnseitig, auch Oberfläche und Inhalt).
11. Mantel einer senkrechten Säule = 462 qm; Oberfläche = 560 qm. Gesucht: Grundfläche (und wenn quadratisch, auch Höhe und Inhalt).
*12. Die Summe der Höhe und Grundkante einer senkrechten quadratischen Säule beträgt 12 m, die Oberfläche 190 qm. Gesucht: Grundkante, Höhe und Inhalt.
*13. Die Höhe einer senkrechten, quadratischen Säule ist um 4 m größer als ihre Grundkante; die Oberfläche beträgt 312 qm. Wie groß sind Grundkante, Höhe und Inhalt?

14. An einer oblongen Säule verhalten sich Länge, Breite und Höhe wie 2 : 3 : 12; der Inhalt beträgt 4608 cbm. Gesucht sind die Ausdehnungen und die Oberfläche.

15. Die Kanten einer oblongen Säule verhalten sich wie 1:2:3; die Oberfläche beträgt 550 qm. Wie groß sind die Ausdehnungen und der Inhalt?

16. Zwei homologe Kanten ähnlicher Prismen verhalten sich wie 1 : 3; der Inhalt des kleineren beträgt 135 cbm. Wie groß ist das zweite Prisma? Wie groß die Oberfläche des zweiten, wenn die des ersten 175 qm beträgt?

17. Die Inhalte ähnlicher Prismen verhalten sich wie 4:5; das kleinere hat eine Kante zu 4 m. Wie groß ist die gleichliegende Kante des anderen Prismas?

18. Ein Würfel hat mit einem vierseitigen senkrechten Prisma, dessen Ausdehnungen 4 m, 6 m und 16 m betragen, gleiche Oberfläche. Wie verhalten sich die Inhalte?

19. Ein Würfel hat mit obigem Prisma (Nr. 18) gleichen Inhalt. Wie verhalten sich die Oberflächen?

Anmerkung. Unter allen vierseitigen Prismen von gleicher Oberfläche hat der Würfel den größten Kubikinhalt und bei gleichem Kubikinhalte hat der Würfel die kleinste Oberfläche.

20. Ein senkrechtes, oblonges Prisma, dessen Grundkanten 5 cm und 20 cm betragen, soll in eine gleich große quadratische Säule von 10 cm Grundkante umgegossen werden. Haben beide 64 cm hohen Körper, wie gleichen Inhalt, auch gleiche Oberflächen?

Anmerkung. Unter gleichnamigen senkrechten Prismen von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe (also gleichem Inhalte!) hat das mit regelmäßiger Grundfläche stets die kleinste Oberfläche und folglich haben bei kleinster Oberfläche die Prismen mit regelmäßiger Grundfläche den größten Inhalt.

20 a. Eine senkrechte, quadratische Säule von 1,6 m Grundkante und 15 m Höhe soll durch Abschleifen der Kanten in die

größtmöglichste, reguläre, sechsseitige Säule umgewandelt werden. Wie viel verliert die Säule an Volumen?

21. Nach dem Modelle eines gegebenen Prismas sollen ähnliche konstruiert werden, deren Umfang, Oberfläche und Kubikinhalt viermal so groß werden sollen. Wie geschieht dies?

Pyramide.

Grundfläche = g Grundkante = gk Seitenkante = sk
Seitenflächenhöhe = sh Körperhöhe = h Inhalt = I
Mantel = M Oberfläche = O

Bedeutung sonstiger Zeichen wie bei der Säule.

Der Inhalt einer **jeden** Pyramide wird gefunden, indem man die **Grundfläche** mit der **Höhe** multipliziert und das Produkt durch 3 **dividiert**. Formel: $I = \frac{g \cdot h}{3}$

Übersicht.

	Grundfl.	Höhe.	Inhalt.	Mantel.	Oberfl.	Seitenk.	Seit.-Fl.-H.
1.	g	h	?	?r	?r	?r	?r
2.	g	?	I	?r	?r	?r	?r
3.	g	?r	?r	?	O	?r	?r
4.	gk	?r	?r	?r	?r	sk	?r
5.	gk	?r	?r	?r	?r	?r	sh
6.	?	h	I	?r	?r	?r	?r
7.	?r	h	?r	M	?r	?r	?r
8.	?r	h	?r	?r	O	?r	?r
9.	?r	h	?r	?r	?r	sk	?r
10.	?r	h	?r	?r	?r	?r	sh
11.	?r	?r	?r	?r	O	sk	?r

Anmerkung 1. Von den regulären Pyramiden werden in den Musterbeispielen zunächst nur die drei-, vier- und sechsseitigen berücksichtigt, weil der Radius des der Grundfläche eingeschriebenen Kreises leicht zu finden ist.

Anmerkung 2. Jedesmal ist anzugeben, in welcher Reihenfolge die Stücke zu finden sind.

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:
12.	$(gk + sh)$ und O	gk, sh und I regulärer Pyramiden
13.	$(gk - sh)$ und O	

Verhältnisse.

α) An einer Pyramide.

	Gegeben:	Gesucht:
14.	Verhältnis von Länge, Breite, Höhe; ferner der Inhalt	Länge, Breite, Höhe
15.	Verhältnis von Länge, Breite, Seitenhöhe; ferner die Oberfläche	Länge, Breite, Seitenhöhe, Inhalt

β) Verhältnis ähnlicher Pyramiden.

16.	Verhältnis ähnlich liegender Kanten; ferner ein Inhalt (oder eine Oberfläche)	Zweiter Inhalt (zweite Oberfläche)
17.	Verhältnis von zwei Inhalten (oder?), ferner eine Kante	Zweite Kante

Vergleichungen.

18.	Inhalt und Höhe gleich	Oberflächen?

Verwandlungen.

19. Pyramiden mit geringerer Seitenzahl sind in solche mit mehreren Seiten umzuwandeln.
20. Von zwei Pyramiden ist die Summa- oder Differenzpyramide zu suchen.

Musterbeispiele.

1. Die Grundfläche einer Pyramide = 16 qm, Höhe = 4,8 m. Inhalt? (Wie groß die übrigen Teile, wenn die Pyramide eine regelmäßige vierseitige ist?)

2. Grundfläche = 17,64 qm; Inhalt = 42,336 cbm. Höhe? (Wie groß die übrigen Teile, wenn die Pyramide quadratisch ist?)
3. Grundfläche = 196 qm; Oberfläche = 896 qm. Mantel? *(Wie groß die übrigen Teile, wenn die Pyramide quadratisch ist?) [Ist $h = x$, so $sh = \sqrt{7^2 + x^2}$. Suche nun den Ansatz.]
4. Grundkante einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide = 3 m; Seitenkante = 5 m. Wie groß das Übrige?
*5. Grundkante einer regelmäßigen dreiseitigen Pyramide = 4 m; Seitenflächenhöhe = 12 m. Gesucht ist alles Übrige.
6. Höhe einer Pyramide = 9 m; Inhalt = 147 cbm. Grundfläche? (Wie groß das Übrige, wenn die Pyramide eine quadratische ist?)
*7. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide ist 4 m hoch; der Mantel hält 60 qm. Gesucht das Übrige.
*8. Höhe einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide = 48 cm; Oberfläche = 5760 qcm. Gesucht die Grundkante und dann das Übrige.
9. Eine reguläre quadratische Pyramide ist 4 m hoch; eine Seitenkante mißt 5 m. Gesucht ist das Übrige. (Wenn die Pyramide eine regelmäßige dreiseitige wäre?)
*10. Eine regelmäßige sechsseitige Pyramide ist 24 m hoch; die Höhe einer Seitenfläche mißt 25 m. Gesucht das Übrige.
*11. Die Seitenkante einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist 13 m lang; die Oberfläche beträgt 340 qm. Gesucht ist die Grundkante und das Übrige.
*12. Grundkante und Seitenflächenhöhe einer quadratischen regelmäßigen Pyramide betragen zusammen 14 cm; die Oberfläche hält 132 qcm. Grundkante? Inhalt?
*13. Die Seitenflächenhöhe einer quadratischen regelmäßigen Pyramide ist um 7 cm höher als die Grundkante; die Oberfläche beträgt 304 qcm. Wie groß ist die Grundkante?
14. Die Grundfläche einer senkrechten Pyramide ist ein Rechteck. Wie groß sind die Ausdehnungen, wenn sich Länge und Breite

der Grundfläche und die Körperhöhe verhalten wie 2 : 3 : 5 und der Inhalt 15,625 cbm beträgt?

15. An einer rechteckigen senkrechten Pyramide verhalten sich Länge und Breite der Grundfläche und die Seitenflächenhöhe zu einander wie 3 : 4 : 14. Wie groß sind obige Ausdehnungen und der Inhalt, wenn die Oberfläche 158,4 qm beträgt?

16. Zwei homologe Kanten ähnlicher Pyramiden verhalten sich wie 3 : 5. Der Inhalt der kleineren beträgt 648 cbm (die Oberfläche 312 qm). Gesucht ist der Inhalt der größeren (die Oberfläche der größeren) Pyramide.

17. Die Inhalte zweier ähnlicher Pyramiden verhalten sich wie 20 : 27. Eine Kante der größeren mißt 5 m. Wie groß ist die gleichliegende Kante der kleineren Pyramide?

18. Gegeben ist eine regelmäßige vier- und sechsseitige Pyramide. Jede ist 15 cm hoch und hat 720 ccm Inhalt. Wie verhalten sich die Oberflächen?

Anmerkung. Unter allen regelmäßigen Pyramiden von gleicher Höhe und Größe hat die mit den meisten Seitenflächen stets die kleinste Oberfläche.

19. Eine quadratische Pyramide von 8 cm Grundkante und 21 cm Höhe soll durch Abschleifen der Kanten in eine möglichst große sechsseitige regelmäßige umgewandelt werden. Um wie viel schwindet das Volumen?

20. Zwei gleich hohe Pyramiden, deren Inhalte sich wie 3 : 5 verhalten, sollen als eine eben so hohe dargestellt werden. Die Grundfläche der kleinsten beträgt 81 qm, ihre Höhe 15 m. Wie groß ist die Grundfläche und der Inhalt der Summa-Pyramide?

Cylinder.

Radius der Grundfläche = r Umfang = U Höhe = h
Mantel = M Oberfläche = O Inhalt = I.

Der Inhalt (I) eines jeden Cylinders $= r^2 \pi h$
Der Mantel (M) eines senkrechten Cylinders $= 2r\pi . h$
Die Oberfläche (O) eines senkrechten Cylinders $= 2r\pi(r+h)$

Übersicht.

	Radius.	Höhe.	Mantel.	Oberfläche.	Inhalt.
1.	r	h	?	?	?
2.	r	?	M	?	?
3.	r	?	?	O	?
4.	r	?	?	?	I
5.	?	h	M	?	?
6.	?	h	?	O	?
7.	?	h	?	?	I
8.	?	?	M	O	?

Für den gleichseitigen Cylinder reiht sich noch an:

	Radius.	Höhe.	Mantel.	Oberfläche.	Inhalt.
9.	r oder	h	?	?	?
10.	?	?	M	?	?
11.	?	?	?	O	?
12.	?	?	?	?	I
13.	?	?	M	?	I
14.	?	?	?	O	I

Anmerkung. In jedem Falle kann statt des Radius auch der Durchmesser oder Umfang gegeben oder gesucht sein.

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:
15.	$(r+h)$ und O (M)	r, h, I
16.	$(r-h)$ und O (M)	r, h, I

Verhältnisse.

	Gegeben:	Gesucht:
17.	Verhältnis von Durchmesser und Höhe; ferner der Inhalt	r, h, O

18. Verhältnis von Durchmesser und Höhe; ferner die Oberfläche	r, h, I
19. Verhältnis der Radien (oder Durchmesser od. Höhen) ähnlicher Cylinder und ein Inhalt (eine Oberfläche)	Zweiter Inhalt (zweite Oberfläche)
20. Verhältnis zweier Inhalte ähnlicher Cylinder und eine Linie (Radius, Durchmesser &c.)	Zweite gleichliegende Linie
21. Durchmesser und Seitenlinie	Das Verhältnis von Grundfläche u. Mantel

Vergleichungen

α) der Cylinder unter einander.

	Gegeben:	Gesucht:
22.	Gleicher Inhalt	Oberfläche
23.	Gleiche Oberfläche	Inhalte

β) der Cylinder mit den Prismen.

24.	Gleiche Größe und Höhe	Oberflächen
25.	Gleiche Oberfläche und Höhe	Inhalte

Verwandlungen.

26. Umwandlung von Cylinder in reguläre Prismen.
27. Umwandlung von regulären Prismen in Cylinder.
28. Die Summe oder Differenz zweier Cylinder ist als Cylinder darzustellen.

Musterbeispiele.

1. Radius der Grundfläche eines senkrechten Cylinders = 3 dm; Höhe = 7 dm. Gesucht das Übrige. (π ist in der Regel = 3,14.)
2. Durchmesser eines senkrechten Cylinders = 6 cm; Mantel = 169,56 qcm. Gesucht alles Übrige.
3. Durchmesser eines senkrechten Cylinders = 10 cm; Oberfläche = 533,8 qcm. Gesucht das Übrige.

4. Durchmesser eines senkrechten Cylinders = 20 cm; Inhalt = 7536 ccm. Gesucht das Übrige.
5. Höhe eines senkrechten Cylinders = 8 m; Mantel = 100,48 qm. Gesucht das Übrige.
6. Höhe eines senkrechten Cylinders = 10 cm; Oberfläche = 351,68 qcm. Gesucht das Übrige.
7. Höhe = 8 m; Inhalt = 206,4 cbm. Gesucht das Übrige.
8. Mantel = 282,6 qm; Oberfläche = 439,6 qm. Gesucht das Übrige.
9. Der Radius eines gleichseitigen Cylinders ist 1,3 m lang. Gesucht alles Übrige. (Löse die Aufgabe auch allgemein.)
10. Der Mantel eines gleichseitigen Cylinders = 1256 qm. Gesucht das Übrige. (Auch allgemein.)
11. Oberfläche eines gleichseitigen Cylinders = 1884 qcm. Gesucht das Übrige.
12. Inhalt eines gleichseitigen Cylinders = 785 cbm. Gesucht das Übrige.

*13. Der Mantel eines gleichseitigen Cylinders = M. Inhalt = I. Welche Formel ergibt sich für den Durchmesser (d)?

Lösung: $M = d\pi \,.\, d = d^2\pi$

$$I = \frac{d^2}{4} \,.\, \pi \,.\, d = \frac{d^2\pi \,.\, d}{4}$$

Also: $\frac{M \,.\, d}{4} = I$ und $d = \frac{4I}{M}$

*14 Oberfläche eines gleichseitigen Cylinders = O; Inhalt = I. Welche Formel ergibt sich für den Durchmesser (d)?

Lösung: $O = \frac{d^2\pi}{2} + d^2\pi$ oder: $2O = 3d^2\pi$.

$$I = \frac{d^2}{4}\pi \,.\, d; \text{ mit 3 multipliziert:}$$

$$3I = \frac{3d^2\pi}{4} \,.\, d; \text{ durch Substitution:}$$

$$3I = \frac{2O \,.\, d}{4} \text{ und } d = \frac{12I}{2O} = \frac{6I}{O}$$

Anmerkung. In den beiden letzten Aufgaben würde eine Angabe schon genügen; sie haben daher nur Interesse, wenn sie allgemein gelöst werden.

15. Summe des Radius und der Höhe eines senkrechten Cylinders = 13 cm; Oberfläche = 326,56 qcm. Radius? Höhe? Inhalt?

*16. Die Höhe eines senkrechten Cylinders übertrifft den Radius um 9 cm; die Oberfläche ist 791,28 qcm groß. Wie groß sind Durchmesser, Höhe und Inhalt? (Statt r hätte auch Durchmesser oder Umfang eingesetzt sein können.)

17. An einem Cylinder verhalten sich der Durchmesser und die Höhe wie 1 : 2; der Inhalt beträgt 1570 cbm. Wie groß sind der Radius, die Höhe und die Oberfläche?

18. Radius und Höhe eines geraden Cylinders verhalten sich wie 1 : 4; die Oberfläche beträgt 785 qm. Gesucht Durchmesser, Höhe und Inhalt.

19. Die Durchmesser ähnlicher Cylinder verhalten sich wie 1 : 2; der kleinere hat 94 cbm Inhalt. Wie groß ist der zweite?

19. a) Die Höhen ähnlicher Cylinder verhalten sich wie 3 : 5; der erste hat eine Oberfläche von 196 qm. Welche Oberfläche hat der zweite?

20. Die Inhalte ähnlicher Cylinder verhalten sich wie 2 : 3; der Radius des kleineren ist 1 m. Wie groß ist der Radius des größeren?

21. Ein Cylinder hat 28 cm Durchmesser und 45 cm Seitenlinie. Wie verhält sich die Grundfläche zum Mantel? (Allgemeines Gesetz!?) $\left(G : M = \frac{d}{4} : h\right)$

22. Ein Cylinder, doppelt so lang als stark, hat mit einem gleichseitigen (Würfel-) Cylinder von 12 cm Stärke gleiche Größe. Auch gleiche Oberfläche?

Anmerkung. Unter allen Cylindern von gleicher Größe hat der Würfel-Cylinder die kleinste Oberfläche.

23. Ein Cylinder, dreimal so lang als stark, hat mit einem Würfel-Cylinder von 12 cm Stärke gleiche Oberfläche. Auch gleichen Inhalt?

Anmerkung. Unter allen Cylindern von gleicher Oberfläche hat der Würfel-Cylinder den größten Inhalt.

24. Ein regelmäßiges drei- und sechsseitiges Prisma und ein gerader Cylinder haben je 600 cbm Inhalt bei 20 m Höhe. Wie verhalten sich die Oberflächen dieser drei Körper?

Anmerkung. Unter allen regelmäßigen Prismen, den Cylinder eingeschlossen, welche gleiche Größe und Höhe haben, hat der Cylinder die kleinste Oberfläche. (Er hat unendlich viele Seiten!)

25. Ein drei- und sechsseitiges Prisma und ein Cylinder haben bei 20 cm Höhe 720 qcm Oberfläche. Wie verhalten sich die Inhalte?

Anmerkung. Unter allen regelmäßigen Prismen, welche gleiche Oberfläche und Höhe haben, hat der Cylinder den größten Inhalt.

26. Ein senkrechter Cylinder von 5 cm Radius und 20 cm Höhe soll durch Abschleifen in das größtmöglichste reguläre, sechsseitige Prisma verwandelt werden. Wie viel Masse geht verloren?

*27. In ein reguläres sechsseitiges Prisma von 4 cm Seitenlänge und 16 cm Höhe soll ein Cylinder eingeschrieben werden. Um wie viel differieren die Inhalte?

28. Von drei geraden Cylindern mit je 18 cm Höhe soll der mittlere die Differenz der beiden anderen darstellen. Welchen Radius muß er erhalten, wenn die Grundflächen der beiden anderen 16 qcm und 24 qcm betragen?

Anmerkung. Oft ist ein schief abgeschnittener Cylinder zu berechnen. Nennt man die größte Höhe $= H$; die kleinste $= h$; den Durchmesser $= d$, so ist:

$$\text{Mantel} = \pi d \left(\frac{H+h}{2}\right); \quad \text{Inhalt} = \frac{d^2 \pi}{2}(H+h)$$

Beispiel. $H = 25$ cm; $h = 17$ cm; $d = 8$ cm. Mantel? Inhalt?

Kegel.

Radius der Grundfläche	$= r$		Mantel	$= M$
Seite des Kegels	$= s$		Oberfläche	$= O$
Inhalt	$= I$			

Der Inhalt *(I)* eines jeden Kegels $= \frac{r^2 \pi . h}{3}$

Der Mantel *(M)* eines geraden Kegels $= r \pi s$

Die Oberfläche *(O)* eines geraden Kegels $= \pi r (r+s)$

Ist der Durchmesser des Grundkreises eines Kegels gleich der Seitenlinie desselben, so heißt der Kegel gleichseitig; ist der Durchmesser eines senkrechten Kegels gleich der Höhe, so wird der Kegel Würfelkegel genannt. (Warum?)

Schneidet man den gleichseitigen Kegel senkrecht von der Spitze zur Basis, so ist die Schnittfläche ein gleichseitiges Dreieck, was bei den Berechnungen zu beachten ist.

Übersicht.

	Radius.	Höhe.	Seite.	Mantel.	Oberfläche.	Inhalt.
1.	r	h	?	?	?	?
2.	r	?	s	?	?	?
3.	r	?	?	M	?	?
4.	r	?	?	?	O	?
5.	r	?	?	?	?	I
6.	?	h	s	?	?	?
7.	?	h	?	M	?	?
8.	?	h	?	?	O	?
9.	?	h	?	?	?	I
10.	?	?	s	M	?	?
11.	?	?	s	?	O	?
12.	?	?	?	M	O	?

Für den gleichseitigen und Würfel-Kegel ergibt sich noch:

	Radius.	Höhe.	Seite.	Mantel.	Oberfläche.	Inhalt.
13.	r	?	?	?	?	?
14.	?	h	?	?	?	?
15.	?	?	s	?	?	?
16.	?	?	?	M	?	?
17.	?	?	?	?	O	?
18.	?	?	?	?	?	I

Anmerkung. Statt r kann auch d oder U stehen.

Verbindungen

α) der Teile eines Kegels.

	Gegeben:	Gesucht:
19.	$(r+s)$ und O	d, h, I
20.	$(s-r)$ und O	d, h, I

β) der Teile zweier Würfel.

	Gegeben:	Gesucht:	
21.	$(R \pm r)$, h, h_1 und $(I \pm I_1)$	R, r	(Gleichungen II. Grades)
22.	$(R \pm r)$, s, s_1 und $(O \pm O_1)$	R, r	

Verhältnisse

α) der Teile eines Kegels.

	Gegeben:	Gesucht:
23.	Verhältnis von r u. h; ferner der Inhalt	r, h, O
24.	Verhältnis von r u. s; ferner die Oberfläche	r, s, h, I
25.	Verhältnis von Radius und Seite; ferner der Inhalt	r, h, O
26.	Radius und Seite	das Verhältnis von Grundfläche und Mantel

β) der Teile ähnlicher Kegel.

27.	Verhältnis zweier Radien (oder Durchmesser od. Seiten) und ein Inhalt oder eine Oberfläche	der zweite Inhalt (die zweite Oberfläche)
28.	Verhältnis zweier Inhalte oder Oberflächen und eine Linie	die zweite gleichliegende Linie

Vergleichung.

α) Kegel unter einander.

	Gegeben:	Gesucht:
29.	Gleiche Inhalte	Oberflächen
30.	Gleiche Oberflächen	Inhalte

β) Kegel und Pyramiden.

31.	Gleiche Inhalte	Oberflächen
32.	Gleiche Oberflächen	Inhalte

Verwandlungen.

33. Kegel in reguläre Pyramiden zu verwandeln und umgekehrt.
34. Zwei Kegel zu summieren.

Musterbeispiele.

1. Der Radius eines geraden Kegels = 3 cm; die Höhe = 4 cm. Gesucht sind Seite, Mantel, Oberfläche und Inhalt.
2. Durchmesser der Grundfläche eines geraden Kegels = 2,4 cm; Seite = 3,7 cm. Gesucht das Übrige.
3. Radius eines geraden Kegels = 1,1 m; Mantel = 21,0694 qm. Gesucht das Übrige.
4. Durchmesser der Grundfläche eines geraden Kegels = 14 cm; Oberfläche = 703,36 qcm. Gesucht das Übrige.
5. Durchmesser = 18 cm; Inhalt = 1017,36 ccm. Gesucht das Übrige.

6. Höhe eines geraden Kegels = 15 cm; Seite = 17 cm. Gesucht das Übrige.

*7. Höhe eines geraden Kegels = 8 cm; Mantel = 188,4 qcm. Gesucht das Übrige.
(Ansatz: $x \pi \sqrt{x^2 + 8^2} = 188{,}4$, wenn $x = r$ ist. $x = 6$.)

*8. Höhe eines geraden Kegels = 4 cm; Oberfläche = 75,36 qcm. Gesucht der Radius und das Übrige.
(Ansatz: $\pi x (x + \sqrt{x^2 + 4^2}) = 75{,}36$, wenn $r = x$ ist. $x = 3$.)

9. Höhe eines Kegels = 12 cm; Inhalt = 314 ccm. Gesucht das Übrige.

10. Seite eines geraden Kegels = 15 cm; Mantel = 423,9 qcm. Gesucht das Übrige.

*11. Seite eines gerade nKegels = 5 m; Oberfläche = 75,36 qm. Gesucht das Übrige.

12. Mantel eines geraden Kegels = 427,04 qcm; Oberfläche = 640,56 qcm. Gesucht das Übrige.

*13. Der Durchmesser eines gleichseitigen und Würfelkegels ist je 6 cm lang. Gesucht das Übrige.

*14. Die Höhe eines gleichseitigen Kegels = 4 cm. Gesucht das Übrige.

*15. Die Seite eines Würfelkegels mißt 5 cm. Gesucht das Übrige.

*16. a) Der Mantel eines gleichseitigen Kegels = 100,48 qcm. Radius? Höhe?
b) Der Mantel eines Würfelkegels = 115,1124 qm. Radius? Seite?

*17. Die Oberfläche eines gleichseitigen und Würfelkegels beträgt je 942 qcm. Wie groß ist jedesmal der Radius?

*18. Inhalt eines gleichseitigen und Würfelkegels ist je $2093\frac{1}{3}$ cbm. Wie groß ist jedesmal der Radius?

19. Summe von Radius und Seite eines geraden Kegels = 36 cm; Oberfläche = 1130,4 qcm. Gesucht Durchmesser, Höhe und Inhalt.

*20. Die Seite eines geraden Kegels ist um 50 cm länger als der Radius desselben; die Oberfläche beträgt 2486,88 qcm. Gesucht ist Radius und Inhalt. (Statt r kann auch d oder U stehen.)

*21. Die Summe der Inhalte zweier Kegel beträgt 22,765 cbm. Der erste ist 7 m, der zweite 6 m hoch; der Durchmesser der Basis des ersteren ist um 1 m größer, als der des anderen. Wie groß ist der Radius eines jeden?

*22. Die Radien zweier Kegel differieren um 2 m; die Seite des einen mißt 13 m, die des anderen 5 m; die Summe der Oberflächen beträgt 357,96 qm. Wie groß sind die Radien? (Siehe Verbindungen beim Würfel!)

23. Radius und Höhe eines Kegels verhalten sich wie 2 : 3; der Inhalt beträgt 339,12 cbm. Wie groß sind die Ausdehnungen?

24. Radius und Seite eines geraden Kegels verhalten sich wie 3 : 5; die Oberfläche beträgt 678,24 qm. Gesucht Radius, Höhe, Inhalt.

*25. Radius und Seite eines geraden Kegels verhalten sich wie 3 : 5; der Inhalt beträgt 2411,52 ccm. Gesucht Radius, Höhe, Oberfläche.

26. Ein gerader Kegel hat 14 cm Durchmesser und 25 cm Seitenlinie. Wie verhält sich die Grundfläche zum Mantel?

Anmerkung. An jedem senkrechten Kegel verhält sich die Grundfläche zum Mantel wie der Halbmesser zur Seitenlinie.

27. Die Seiten zweier ähnlicher Kegel verhalten sich wie 1 : 2; der Inhalt (die Oberfläche) des kleineren beträgt 1860 ccm (248 qcm). Welchen Inhalt (welche Oberfläche) hat der zweite Kegel?

28. Die Inhalte ähnlicher Kegel verhalten sich wie 2 : 3; die Höhe des ersten beträgt 4 cm. Welche Höhe hat der zweite?

29. Ein gleichseitiger und ein Würfelkegel haben je 240 cbm Größe. Auch gleiche Oberflächen?

Anmerkung. Unter allen Kegeln von gleicher Größe hat der Würfelkegel die kleinste Oberfläche.

30. Wie verhalten sich in Aufgabe Nr. 17 die Inhalte der beiden Kegel?

Anmerkung. Unter allen Kegeln von gleicher Oberfläche hat der Würfelkegel den größten Inhalt.

31. Ein gerader Kegel hat mit einer regelmäßigen vier- und sechsseitigen Pyramide bei je 20 m Höhe 240 cbm Inhalt. Auch gleiche Oberfläche?

Anmerkung. Unter allen regelmäßigen Pyramiden, den Kegel mit eingeschlossen, die gleiche Größe und Höhe haben, hat der Kegel die kleinste Oberfläche. (Kegel ist gleich Pyramide mit unendlich vielen Seiten!)

32. Eine quadratische Pyramide von 24 m Höhe hat 896 qm Oberfläche. Ein Kegel von gleicher Höhe hat dieselbe Oberfläche. Auch gleichen Inhalt? (Gesetz?!)

33. Radius eines Kegels = 5 cm; Höhe = 14 cm. Derselbe soll durch Abschleifen in die größtmöglichste sechsseitige Pyramide verwandelt werden. Wie groß ist der Abfall?

Umkehrung. Die nun erhaltene Pyramide soll auf gleiche Weise neuerdings in einen Kegel verwandelt werden.

*34. Zwei eiserne Kegel mit einem Inhalte von 18 cbm und 25 cbm sollen in einen Würfelkegel umgegossen werden. Welchen Radius erhält dieser?

Abgekürzte Pyramide.

Große Grundfläche	$= G$	Grundkante	$= gk$
kleine Grundfläche	$= g$	Mantel	$= M$
Oberfläche	$= O$	Höhe des Stumpfes	$= h$
Höhe einer Seitenfläche	$= sh$	Inhalt	$= I$

Vom Pyramidenstumpf ist zu merken:

$$I = \frac{h}{3}\left(G + \sqrt{G \cdot g} + g\right)$$

Übersicht.

	Gr. Grdfl.	Kl. Grdfl.	Höhe.	Seitenhöhe.	Mantel.	Oberfl.	Inh.
1.	*G*	*g*	*h*	?x	?x	?x	?
2.	*G*	*g*	?x	*sh*	?x	?x	?x
3.	*G*	*g*	?x	?x	?x	*O*	?x
4.	*G*	*g*	?	?x	?x	?x	*I*
5.	?x	*g*	*h*	*sh*	?x	?x	?x
6.	?x	*g*	*h*	?x	?x	*O*	?x
7.	?	*g*	*h*	?x	?x	?x	*I*

Verbindung.

8. (*Gk* — *gk*), *O* und *h*   *G*, *g*, *I*

Musterbeispiele.

1. Die beiden Grundflächen einer abgekürzten Pyramide betragen 25 qm und 36 qm; die senkrechte Entfernung beider ist 12 m. Gesucht der Kubikinhalt (und wenn angenommen wird, daß die Pyramide eine regelmäßige, quadratische ist, alles Übrige).
2. Die Kanten der Grundflächen eines regelmäßigen vierseitigen Pyramidenstumpfes betragen 6 cm und 16 cm; die Höhe einer Seitenfläche mißt 13 cm. Gesucht alles Übrige.
3. Die Oberfläche einer quadratischen Pyramide beträgt 162 qm; die Seiten der Grundflächen sind 5 m und 3 m lang. Gesucht das Übrige.
4. Der Kubikinhalt einer abgekürzten regelmäßigen, vierseitigen Pyramide beträgt 21,546 cbm; die Seiten der Grundflächen sind 2,7 m und 1,8 m lang. Gesucht das Übrige.
5. Eine quadratische, abgestumpfte Pyramide hat eine Höhe von 12 dm und eine Seitenflächenhöhe von 13 dm; die Kante der kleinen Grundfläche mißt 7 dm. Gesucht ist alles Übrige.

*6. Die Kante der kleinen Grundfläche einer abgekürzten quadratischen Pyramide mißt 4 m; die Höhe ebenfalls 4 m und die Oberfläche hat 256 qm. Gesucht die andere Grundflächenkante und das Übrige.

Nennt man die fragliche Grundkante $= x$, so ist

$$x^2 + 4^2 + 4 \cdot \frac{x+4}{2} \sqrt{4^2 + \left(\frac{x-4}{2}\right)^2} = 256; \; x = 10.$$

*7. Die kleine Grundfläche eines quadratischen Pyramidenstumpfes hat 81 qm; die Höhe mißt 12 m. Wie groß ist die andere Grundfläche, wenn der Inhalt 1924 cbm beträgt?

*8. Die Oberfläche einer abgekürzten Pyramide mit quadratischer Basis beträgt 4488 qm, die Höhe des Körpers 40 m. Wie groß sind die Seiten beider Quadrate, wenn sie um 18 m differieren?

Abgekürzter Kegel.

Radius der großen Grundfläche $= R$; Radius der kleinen Grundfläche $= r$; Höhe $= h$; Seite des Kegels $= s$; Mantel $= M$; Oberfläche $= O$; Inhalt $= I$.

Am geraden abgekürzten Kegel ist

$$I = \frac{h\pi}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

$$M = \pi s (R + r)$$

$$O = R^2\pi + r^2\pi + s\pi(R + r)$$

Übersicht.

	Gr. Radius.	Kl. Radius.	Höhe.	Seite.	Mantel.	Oberfl.	Inhalt.
1.	R	r	h	?	?	?	?
2.	R	r	?	s	?	?	?
3.	R	r	?	?	M	?	?
4.	R	r	?	?	?	O	?
5.	R	r	?	?	?	?	I
6.	?	r	h	s	?	?	?
7.	?	r	h	?	?	?	I
8.	?	r	?	s	?	O	?
9.	?	?	h	s	M	?	?
10.	?	?	h	s	?	O	?
11.	?	?	h	s	?	?	I
12.	?	?	?	s	M	O	?

Statt R und r können auch die Durchmesser oder Umfänge gegeben sein.

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:
13.	$(R \pm r)$, s und O oder M	R, r, I
14.	$(R \pm r)$, h und I	R, r, O

Verhältnisse.

15.	$(R : r : h)$ und O	R, r, h
16.	$(R : r : h)$ und I	R, r, h

Verwandlung.

17. Ein abgestumpfter Kegel soll in den größtmöglichsten Cylinder verwandelt werden.

Musterbeispiele.

1. Wie groß ist die Oberfläche eines abgekürzten Kegels von 2,4 m Höhe, wenn die Durchmesser der beiden Grundflächen 6 m und 4 m lang sind? Suche auch das Übrige.
2. Umfänge der beiden Grundflächen eines geraden abgekürzten Kegels = 68,75 cm und 185,5 cm; Seite = 23,2 cm. Gesucht das Übrige.
3. Die Radien der Grundflächen eines abgekürzten Kegels sind 1,25 m und 0,6 m lang; die Mantelfläche beträgt 29,045 qm. Wie groß sind Seite und Höhe?
4. Die Radien der zwei Grundflächen eines abgekürzten Kegels sind 20 cm und 6 cm; die Oberfläche beträgt 3410,04 qcm. Gesucht Seite und Höhe.
5. Inhalt eines abgekürzten Kegels = 957,7 ccm; Durchmesser der großen Grundfläche = 10 cm; Durchmesser der kleinen = 8 cm. Gesucht das Übrige.
6. Höhe eines abgekürzten Kegels = 10 cm; Umfang der größeren Grundfläche = 100,48 cm; Seite = 13 cm. Gesucht das Übrige.

*7. Der Kubikinhalt eines abgekürzten Kegels sei = 1648,5 cbm; die Höhe = 9 m und der Radius der kleineren Grundfläche = 5 m. Wie groß ist der Radius der anderen Grundfläche?

*8. Durchmesser der größeren Grundfläche = 30 cm; Seite = 61 cm; Oberfläche = 4396 qcm. Radius der kleineren Grundfläche?

9. Höhe des Kegelstumpfes = 24 cm; Seite = 25 cm; Mantel = 1177,5 qcm. Gesucht das Übrige.

*10. Höhe eines geraden Kegelstumpfes = 40 cm; Seite = 41 cm; Oberfläche = 5182 qcm. Gesucht das Übrige.

*11. Höhe eines geraden Kegelstumpfes = 60 cm; Seite = 61 cm; Inhalt = 18902,8 ccm. Gesucht die Radien der Grundflächen.

*12. Seite eines geraden Kegelstumpfes = 5 m; Mantel = 141,3 qm; Oberfläche = 282,6 qm. Gesucht die Radien der Grundflächen.

13. *a) Die Oberfläche eines abgekürzten Kegels von 13 cm langer Seite beträgt 1186,92 qcm, die Summe der Durchmesser der beiden Grundflächen ist 17 cm; wie groß ist jeder derselben?

b) Die Mantelfläche eines abgekürzten Kegels hat 44 qm, die Radien der beiden Grundflächen differieren um 3 m und die Seite ist 4 m. Wie groß sind die Radien? ($\pi = {}^{22}/_{7}$)

*14. Ein abgekürzter Kegel von 2800,88 ccm Inhalt und 12 cm Höhe soll oben einen 5 cm kleineren Halbmesser haben als unten. Wie groß sind die Radien?

15. Die Radien der beiden Grundflächen und die Höhe eines abgekürzten Kegels von 2135,2 qm Oberfläche verhalten sich wie 2 : 7 : 12. Wie groß sind die Dimensionen?

16. Die Radien der beiden Grundflächen und die Höhe eines abgekürzten Kegels von 615,44 cbm Inhalt verhalten sich zu einander wie 3 : 5 : 12. Wie groß sind diese Dimensionen?

17. Höhe eines abgekürzten Kegels = 36 cm; Durchmesser der Grundflächen = 3,8 cm und 2,6 cm. Wie viel beträgt der Abfall, wenn der größtmöglichste Cylinder daraus geschlagen wird?

Ganze Kugel.

Radius der Kugel $= r$ Oberfläche $= O$ Inhalt $= I$

An jeder Kugel ist

$$O = 4\, r^2\, \pi$$

$$I = \frac{4}{3}\, r^3\, \pi$$

Statt des Radius kann auch der Durchmesser oder der Umfang des größten Kreises gegeben sein.

Ist statt r gegeben der Durchmesser (d), so heißen die Formeln:

$$O = d^2\, \pi$$

$$I = \frac{d^3}{6}\, \pi$$

Übersicht.

	Radius.	Oberfläche.	Inhalt.
1.	r	?	?
2.	?	O	?
3.	?	?	I

Verbindungen.

Die Radien zweier Kugeln $= R$ und r; die Oberflächen $= O$ und O_1; die Inhalte $= I$ und I_1.

	Gegeben:	Gesucht:	
4.	$(R + r)$ und $(O + O_1)$	$R,\ r,\ O,\ O_1,\ I,\ I_1$	(Gleichungen II. Grades)
5.	$(R - r)$ und $(O + O_1)$	"	
6.	$(R + r)$ und $(O - O_1)$	"	
7.	$(R - r)$ und $(O - O_1)$	"	
8.	$(R + r)$ und $(I + I_1)$	"	
9.	$(R - r)$ und $(I - I_1)$	"	

Verhältnisse.

	Gegeben:	Gesucht:
10.	Verhältnis zweier Radien; ein Inhalt (oder eine Oberfläche)	Zweiter Inhalt (zweite Oberfläche)

11.	Verhältnis zweier Inhalte (oder zweier Oberflächen); ein Radius (oder Durchmesser)	Zweiter Radius (oder zweiter Durchmesser)
12.	Verhältnis zweier Oberflächen	Verhältnis der Inhalte
13.	Verhältnis zweier Inhalte	Verhältnis der Oberflächen

Vergleichung.

14. Die Kugel verglichen mit einem Würfel, Oktaeder 2c. nach Oberfläche und Inhalt.

Verwandlung.

15. Zwei Kugeln in eine zu verwandeln.
16. Die Differenz zweier Kugeln zu suchen.

Musterbeispiele.

1. Radius einer Kugel = 6 cm. Gesucht Oberfläche und Inhalt.
2. Oberfläche einer Kugel = 153,86 qm. Gesucht Radius und Inhalt.
3. Inhalt einer Kugel = 113,04 cbm. Gesucht Radius und Oberfläche.

*4. Summe der Radien zweier Kugeln = 2,5 m; Summe ihrer Oberflächen = 40,82 qm. Gesucht R, r, O und O_1.

*5. Summe der Oberflächen zweier Kugeln = 78,5 qm; Differenz der Radien = 0,5 m. Gesucht R, r, O und O_1.

*6. Summe der Radien zweier Kugeln = $2^1/_2$ cm; Differenz der Oberflächen = 15,7 qm. Gesucht R, r, O und O_1.

7. Differenz der Radien zweier Kugeln = 1 m; Differenz ihrer Oberflächen = 138,16 qm. Gesucht R, r, O und O_1.

*8. Summe der Inhalte zweier Kugeln = 1172,249 ccm; Summe ihrer Radien = 10 cm.

*9. Differenz der Radien zweier Kugeln = 2 cm; Differenz der Inhalte = 636,391 ccm.

10. Die Radien zweier Kugeln verhalten sich wie 1 : 2; der Inhalt der kleineren beträgt 10 cbm. Welchen Inhalt hat die größere?

11. Die Oberflächen zweier Kugeln verhalten sich wie 49 : 36. Der Radius der kleineren ist 4 cm. Welchen Radius hat die größere?
12. Die Oberflächen zweier Kugeln verhalten sich wie 36 : 25. Wie verhalten sich ihre Inhalte?
13. Die Inhalte zweier Kugeln verhalten sich wie 27 : 64. Wie verhalten sich die Oberflächen?
14. a) Ein Würfel und eine Kugel haben gleichen Inhalt. Wie verhalten sich die Oberflächen beider Körper?

    b) Ein Würfel und eine Kugel haben gleiche Oberflächen. Wie verhalten sich die Inhalte?

    *c) In einen gleichseitigen Kegel von 2 m langer Seite ist eine Kugel eingeschrieben. Wie verhalten sich die Oberflächen beider Körper?

    d) Eine Kugel hat mit einem gleichseitigen Cylinder gleichen Inhalt. Auch gleiche Oberfläche?

    Anmerkung. Unter allen Körpern von gleichem Inhalte hat die Kugel die kleinste Oberfläche und bei gleicher Oberfläche den größten Inhalt.
15. Aus zwei eisernen Kugeln von 7 und 10 cm Radius soll eine gegossen werden. Welchen Durchmesser erhält diese?
16. Die Differenz zweier Kugeln von 10 und 20 cm Durchmesser soll als Kugel dargestellt werden. Wie groß ist ihr Radius?

Kugelsegment.

Radius der Kugel $= r$; Abstand eines Durchschnittskreises vom Kugelmittelpunkte $= a$; Radius des Durchschnittskreises $= \varrho$; Haube (Mantel) eines Segments $= M$; Höhe des Segments $= h$; Inhalt eines Segments $= I$.

Es ist

der **Mantel** (die Haube) eines Kugelsegments $= 2\,r\,\pi\,h$

der **Inhalt** eines Kugelsegments $= \dfrac{(3\,r - h)\,h^2\,\pi}{3}$

Übersicht.

	Kugelradius.	Höhe.	Abstand.	Drchschn.-Rad.	Mantel.	Inh.
1.	r	h	?	?	?	?
2.	r	?	a	?	?	?
3.	r	?	?	ϱ	?	?
4.	r	?	?	?	M	?
5.	?	h	a	?	?	?
6.	?	h	?	ϱ	?	?
7.	?	h	?	?	M	?
8.	?	h	?	?	?	I
9.	?	?	a	ϱ	?	?

Verbindungen.

	Gegeben:	Gesucht:	
10.	$(r - h)$ und M	r, h	(Gleichungen
11.	$(\varrho - h)$ und M	r, h	II. Grades)

Musterbeispiele.

1. Halbmesser einer Kugel = 4,5 m; Höhe der Haube = 2 m. Gesucht alles Übrige.
2. Halbmesser einer Kugel = 5 dm; Abstand eines Schnittkreises vom Kugelmittelpunkte = 3 dm. Gesucht alles Übrige.
3. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, so daß der Durchschnittskreis 1,6 m Durchmesser hat. Wie groß ist der Mantel des kleineren Segments, wenn der Kugelradius = 1,6 m mißt? (Auch das Übrige kann gesucht werden.)
4. Eine Kugel hat 2,6 m Halbmesser. In welcher Entfernung vom Mittelpunkte muß man eine Ebene durch dieselbe legen, um eine Haube von 26,13 qm zu erhalten, und wie groß wird der Radius des Durchschnittskreises?
5. 6 cm vom Kugelmittelpunkte entfernt wird eine Ebene durch die Kugel gelegt. Wie groß ist Haube und Inhalt des kleineren Segments, wenn die Höhe desselben 4 cm beträgt?

*6. Wie groß ist die ganze Oberfläche und der Kubikinhalt eines Segments von 0,9 m Höhe, wenn der Halbmesser des Begrenzungskreises = 1,2 m ist?

7. Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, wenn die zu einer Höhe von 3 dm gehörige Haube = 94,2 qdm hält?

8. Der Inhalt eines Segments beträgt 7,235 cbm, seine Höhe 1,2 m. Wie groß ist der Halbmesser der zugehörigen Kugel?

9. In einem Abstande von 6 cm vom Kugelmittelpunkte wird eine Ebene durch die Kugel gelegt. Wie groß ist der Kubikinhalt des Segments, wenn der Radius des Durchschnittskreises = 4 cm ist?

*10. Die Oberfläche einer Haube beträgt 18,84 qm; die Höhe derselben ist um 2 m kleiner als der Halbmesser der Kugel. Wie groß sind diese Stücke und der Radius des Durchschnittskreises?

*11 Die Oberfläche einer Haube beträgt 9,61 qcm, ihre Höhe wird von dem Durchmesser des Begrenzungskreises um 2,1 cm übertroffen. Wie groß sind die Dimensionen und der Halbmesser der zugehörigen Kugel?

Kugelsektor.

Der Kugelsektor besteht aus einem Kugelsegment und einem Kegel, bietet somit nichts Neues mehr. Sein Kubikinhalt ist $= M \cdot \frac{r}{3}$, wenn M den Mantel des zugehörigen Segments und r den Halbmesser der betreffenden Kugel bedeutet.

Übersicht.

Nr. 1 bis Nr. 9 wie in der Übersicht des Kugelsegments. Ist O = ganze Oberfläche und K = Inhalt des Sektors, so ergibt sich weiter noch:

	Radius.	Höhe.	Oberfläche.	Mantel.	Inhalt.
10.	r	?	?	?	I
11.	?	h	?	?	I

Musterbeispiele.

Suche in Nr. 1 bis 9 der vorigen Musterbeispiele jedesmal Inhalt und Oberfläche des entsprechenden Sektors.

10. Welche Höhe hat die Haube eines Kugelsektors von 848 cbm Inhalt, wenn der Halbmesser der Kugel 9 m beträgt?

11. Kubikinhalt eines Kugelsektors = 7,85 cbm; Höhe der entsprechenden Haube = 0,6 m. Gesucht der Durchmesser der Kugel.

Kugelzone.

Radius der Kugel = r; Radien der Begrenzungskreise = ϱ und ϱ_1; Abstand der Durchschnittskreise vom Kugelmittelpunkte = a; Mantel der Zone = M; Höhe der Zone = h; Gesamtoberfläche = O; Inhalt = I.

Eine Formel gibt es nur für den Mantel der Zone, nämlich: $M = 2\, r\, \pi\, h$.

Der Kubikinhalt der Zone ist gleich der Differenz der beiden Kugelsegmente, deren Grundflächen die der Kugelzonen sind.

Übersicht.

	Kugelradius.	Höhe.	Abstand.	Radien der Begrenzgskr.	Mantel.	Oberfl.	Inhalt.
1.	r	h	a	?	?	?	?
2.	r	h	?	ϱ	?	?	?
3.	r	?	?	ϱ u. ϱ_1	?	?	?
4.	?	h	?	ϱ u. ϱ_1	?	?	?

Musterbeispiele.

1. a) Die Höhe einer körperlichen Kugelzone beträgt 1,5 cm. Wie groß ist der Mantel und der Inhalt, wenn der Halbmesser der Kugel = 2,4 cm mißt und der Abstand der größeren Basis vom Mittelpunkte der Kugel = 0,4 cm ist?

b) Der Durchmesser einer Kugel ist 6 dm lang; ½ und 1½ dm von der Oberfläche entfernt wurden zwei parallele Ebenen durch die Kugel gelegt. Wie groß ist der Mantel und der Inhalt der Zone?

2. Radius einer Kugel = 5 dm; Radius des größeren Begrenzungskreises einer Zone = 4 dm; Höhe der Zone = 1 dm. Gesucht alles Übrige.

3. Der Radius einer Kugel ist 4 m lang; zwei durch dieselbe auf einer Seite des Mittelpunktes gelegte parallele Ebenen schneiden sie nach Kreisen, deren Durchmesser 3,6 und 2 m messen. Wie groß sind Mantel und Inhalt der Zone?

4. Höhe einer Kugelzone = 2 dm; Radien der Begrenzungskreise = 2 dm und 3 dm. Gesucht Oberfläche und Inhalt.

Zweiter Teil.

Von den Winkeln.

1. Wie viele R geben zusammen nachstehende Winkel: 50°; 72°; 96° (48° 48′ 54″; 30° 25′ 18″; 29° 57′ 18″)?
2. Von zwei Winkeln ist der eine 4mal so groß als der andere; beide betragen zusammen 128° (81° 1′ 30″). Wie groß ist jeder?
3. Um wie viel ist ein Winkel von 125° (175° 15′ 34″) größer, als ein anderer von 81° (49° 25′ 57″)?
4. Von folgenden Winkeln sollen die Nebenwinkel angegeben werden: a) 15°; b) 64°; c) 78°; d) 105°; e) 148°; f) 172°; g) 12° 13′ 14″; h) 168° 10′ 14″; i) 46° 48,66′; k) 9° 58,5′.
5. Wenn zwei Gerade sich schneiden, so entstehen vier Winkel. Der eine davon beträgt 59° 15′; wie groß ist jeder der anderen?
6. Zwei Nebenwinkel stehen im Verhältnis von 1:4; wie groß ist jeder?
7. Zwei Parallelen werden von einer dritten Linie schief geschnitten. Einer der entstehenden stumpfen Winkel beträgt 110°. Wie groß ist jeder der sieben übrigen Winkel?
8. Ein Winkel in einem Dreieck beträgt 48° 14′. Wie groß sind die beiden anderen zusammen?
9. Die Winkel in einem Dreieck verhalten sich wie: a) 1 : 2 : 3; b) 2 : 3 : 4; c) 7 : 8 : 30; d) 6 : 7 : 2. Wie groß ist in jedem Falle jeder?
10. Die Summe zweier Winkel eines Dreiecks beträgt 174° 48′ 24″, die Differenz derselben 48° 24′ 50″. Wie groß ist jeder der drei Winkel des Dreiecks?
11. In einem gleichschenkligen Dreieck mißt der Winkel an der Spitze a) 26° 30′; b) 42° 18′; c) 95° 20′; d) 137° 19′. Wie groß ist jeder der beiden anderen Winkel?

12. Der Außenwinkel an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 120° 20′. Wie groß ist jeder Winkel des Dreiecks?
13. Wie groß ist jeder Winkel in einem gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck?
14. Am Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks liegt ein Außenwinkel von 124° 25′ 34″ an. Wie groß sind die drei Winkel des Dreiecks?
15. In einem gleichschenkligen Dreieck beträgt die Summe der beiden Winkel an der Grundlinie 135° 23′ 48″. Wie groß ist jeder Winkel des Dreiecks?
16. Drei Winkel eines Vierecks betragen zusammen 259° 11′ 12″; wie groß ist der vierte Winkel?
17. Die Winkel in einem Viereck verhalten sich wie 3 : 4 : 5 : 6; wie groß ist jeder?
18. Wie groß ist jeder Winkel in einem regelmäßigen a) 3-; b) 5-; c) 6-; d) 8-; e) 10-; f) 12-Eck?

Berechnung geradliniger Figuren.

Quadrat und Rechteck.

A.

1. Welchen Umfang *(U)* hat ein Quadrat, wenn die Seite *(s)* beträgt:
   a) $s = 2$; 4; 7; 9; 15; 19; 25; 50; 70; 95 m?
   b) $s = 1{,}2$; 2,3; 5,2; 9,5; 12,8; 24,2; 36,9 m?
2. Wie groß ist die Seite eines Quadrats, wenn der Umfang beträgt:
   a) $U = 80$; 68; 128; 236; 524; 976; 1024 m?
   b) $U = 1{,}2$; 0,8; 2,4; 6,4; 12,36; 20,64; 72,76 m?
3. Wie groß ist der Flächeninhalt (*I*) eines Quadrats, dessen Seiten groß sind:
   a) $s = 3$; 5; 4; 8; 15; 21; 30; 50; 100; 200 m?
   b) $s = 12$; 16; 1,3; 2,5; 1,9; 20,5; 37,9; 48,36 m?

4. Wie groß sind die Seiten eines Quadrats, wenn der Inhalt beträgt:
   a) $I = 1$; 4; 9; 36; 81; 121; 196; 225; 256; 400 qm?
   b) $I = 0{,}25$; 2,25; 3,24; 0,16; 248; 3748; 94846 qm?
5. Welchen Inhalt hat ein Quadrat, wenn der Umfang beträgt:
   a) $U = 28$; 32; 76; 68; 120; 240; 960; 1844 m?
   b) $U = 1{,}2$; 2,8; 3,6; 9,6; 12,8; 24,76; 120,84 mm?
6. Welchen Umfang hat ein Quadrat, wenn der Inhalt beträgt:
   a) $I = 4$; 9; 16; 36; 81; 121; 256; 441; 625; 900 qm?
   b) $I = 1{,}6$; 2,5; 4,9; 0,16; 961; 10201; 12321; 36481 qcm?
7. Welchen Umfang hat ein Rechteck, wenn die Grundlinie (g) und die Höhe (h) folgende Werte haben:
   a) $g = 5$ m; $h = 8$ m
   b) $g = 9$ m; $h = 12$ m
   c) $g = 10$ m; $h = 24$ m
   d) $g = 1{,}2$ m; $h = 3$ m
   e) $g = 2{,}5$ m; $h = 1{,}2$ m
   f) $g = 7{,}25$ m; $h = 3{,}75$ m
8. Die Ausdehnungen eines Rechtecks sind dieselben, wie in Aufgabe Nr. 7; welcher Inhalt ergibt sich jedesmal?
9. Wie groß ist die Höhe (h) eines Rechtecks, wenn Inhalt (I) und Grundlinie (g) betragen:
   a) $I = 35$ qm; $g = 7$ m
   b) $I = 91$ qm; $g = 13$ m
   c) $I = 96$ qm; $g = 8$ m
   d) $I = 210$ qm; $g = 3$ m
   e) $I = 340$ qm; $g = 20$ m
   f) $I = 837$ qm; $g = 31$ m
10. Wie groß ist die Grundlinie eines Rechtecks, wenn Inhalt und Höhe betragen:
   a) $I = 40$ qm; $h = 8$ m
   b) $I = 72$ qm; $h = 9$ m
   c) $I = 98$ qm; $h = 14$ m
   d) $I = 2850$ qm; $h = 19$ m
   e) $I = 8370$ qm; $h = 31$ m
   f) $I = 6480$ qm; $h = 36$ m
11. Löse nachstehende Aufgaben.
   a) $U = 20$; 40; 96; 112; 480; 960; 2484 m; halber $U = ?$
   b) $g : h = 3 : 2$; $g = 6$ m; $h = ?$
   c) $g : h = 12 : 7$; $g = 60$ m; $h = ?$
   d) $g : h = 27 : 25$; $g = 189$ cm; $h = ?$
   e) $g : h = 21 : 12$; $g = 105$ m; $h = ?$
12. Wie groß ist [Aufgabe Nr. 11 b) bis e)] jedesmal der Umfang?

13. Von einem Rechteck ist Nachstehendes gegeben. Gesucht soll jedesmal die Grundlinie und die Höhe werden.

a) $U = 20$ m; $g : h = 3 : 2$	e) $I = 32$ qm; $g : h = 2 : 1$
b) $U = 84$ m; $g : h = 11 : 10$	f) $I = 96$ qm; $g : h = 2 : 3$
c) $U = 100$ m; $g : h = 11 : 9$	g) $I = 140$ qm; $g : h = 5 : 7$
d) $U = 960$ m; $g : h = 7 : 5$	h) $I = 480$ qm; $g : h = 5 : 6$

14. Die Diagonale eines Quadrats beträgt 30 m. Wie groß ist der Inhalt desselben?

15. Drei Quadrate haben Seiten zu 8 m; 10 m und 12,5 m; gesucht ist die Seite eines Quadrats, welches an Fläche eben so groß ist, als alle drei Quadrate zusammen.

16. Ein Quadrat hat einen gewissen Flächeninhalt, ein anderes hat einen $1^1/_2$mal so großen; die Seiten des ersten sind 8,4 m lang. Wie lang sind die des zweiten?

17. Der Fußboden eines rechteckigen Saales von 18 m Länge und 6 m Breite soll belegt werden. Wie viele Bretter von 4 m Länge und 0,5 m Breite sind dazu erforderlich?

18. Die Summe zweier anliegenden Seiten eines Rechtecks beträgt 12 m, die Differenz 4 m. Wie groß ist der Flächeninhalt?

19. Von zwei Gärten bildet der eine ein Rechteck von 160 m Umfang, der andere ein Quadrat von gleichem Umfange. Wie groß sind die Flächeninhalte, wenn im Rechteck sich die Länge zur Breite wie 3 : 1 verhält?

20. Zwei Rechtecke haben gleichen Inhalt. Das eine ist 12 m lang und 10 m breit; das andere 15 m lang. Wie breit wird das letztere sein?

21. Der Umfang eines Rechtecks ist 16 m größer, als die Grundlinie; der Inhalt beträgt 32 qm. Wie groß sind die Ausdehnungen?

22. In einem Rechteck liegen der Länge nach drei, der Breite nach fünf Quadrate; die Größe des Rechtecks beträgt 240 qm. Wie groß sind Länge, Breite und Umfang?

23. In einem Rechteck liegen der Länge nach drei, der Breite nach zwei Quadrate; ein Quadrat hat 36 qm. Wie lang und breit ist das Rechteck?
24. Ein Rechteck soll 1792 qm groß sein und die Länge sich zur Breite wie 7 : 4 verhalten. Von welcher Länge und Breite muß dasselbe sein?
25. In einem Rechteck verhalten sich die Seiten wie 3:4. Schneidet man von der Breite den sechsten und an der gleichen Ecke von der Länge den achten Teil ab, so gibt es ein kleines Quadrat von 16 qm Inhalt. Wie lang und breit ist das Rechteck?
26. Zu einem Monument mit quadratischer Basis führen von allen Seiten drei steinerne Stufen empor. Jede Stufe ist eben so breit und hoch, als der Durchmesser der quadratischen Grundfläche des Monumentes lang ist. Die gesamte Basis ist 3136 qm groß. Wie lang und breit ist jede Stufe?
27. Um einen Garten, der von einer Mauer eingefaßt ist und die Form eines Rechtecks besitzt, legt man an der Innenseite der Mauer einen 1 m breiten Weg an. Der Garten ist 36 m lang und 20 m breit.
   a) Welchen Flächenraum nimmt der Weg ein?
   b) Wie groß ist der bleibende Grasrasen?
   c) Wie viele Obstbäume braucht man, wenn dieselben, 1 m vom Wege und 8 m unter sich entfernt, um den Grasrasen gepflanzt werden?
28. Von zwei Gärten hat der eine die Form eines Quadrats, der andere bildet ein Rechteck. Bei beiden beträgt die Summe zweier anliegenden Seiten 600 m. Wie groß ist jeder, wenn sich im Rechteck die Länge zur Breite wie 7 : 5 verhält?
29. Die Seiten zweier Quadrate stehen im Verhältnis von 1 : 3.
   a) Wie groß sind die Seiten, wenn die Summe der Inhalte beider Quadrate 1440 qm beträgt?
   b) Wie groß sind die Seiten, wenn die Differenz der Inhalte 3200 qm beträgt?

30. Zwei Quadrate verhalten sich ihrem Inhalte nach wie 4 : 9. Welches sind die Seiten, wenn die eine um 2 m länger ist, als die andere?
31. In einem Rechteck beträgt die Breite $^2/_3$ von der Länge; der Umfang ist 100 m. Wie groß ist der Inhalt des Rechtecks?

B.

32. Ein rechteckiger Spiegel hat 44 dm Umfang und 120 qdm Inhalt. Wie lang und breit ist er?
33. Eine Stubenthüre hat 1,5 qm Inhalt; zieht man die Breite von der Länge ab, so bleibt als Rest 0,5 m. Wie lang und breit ist sie?
34. Die Grundrisse eines Hauses und einer Remise bilden Quadrate, deren Flächeninhalte zusammen 500 qm betragen. Beide Gebäude sind zusammen 30 m lang. a) Wie lang ist jedes Gebäude? b) Welchen Flächeninhalt hat jedes Haus?
35. Zwei quadratische Weiher differieren ihrem Quadratinhalte nach um 2000 qm, ihren Seiten nach um 20 m. Wie groß sind die Dimensionen eines jeden Weihers?
36. Zwei Seiten zweier Quadrate haben zusammen 20 m; das größere Quadrat hat um 80 qm mehr Inhalt. Wie groß ist jedes Quadrat?
37. Zwei quadratische Schießscheiben haben zusammen 41 qm Flächeninhalt. Würde man nach dem Seitenmaße einer jeden ein Rechteck anfertigen, so hätte dieses einen Flächeninhalt von 20 qm. Wie groß ist jede Schießscheibe?
38. Die Summe zweier Quadrate beträgt 1525 qm, ihre Differenz 275 qm. Wie groß sind die Seiten?
39. Die Grundflächen zweier quadratischer Türme betragen zusammen 136 qm; die Summe ihrer Seiten 16 m. Wie groß ist a) jede Seite; b) jede Fläche?
40. Ein Rechteck ist um 4 m länger als breit; der Inhalt beträgt 96 qm. Wie lang und breit ist es?
41. Die Seiten eines Rechtecks differieren um 3 m. Wie lang ist jede Seite, wenn der Inhalt 108 qm beträgt?

42. Verlängert man die Seiten eines Quadrats um 2 (10) m, so wächst der Flächeninhalt um 44 (500) qm. Wie lang ist die Seite des Quadrats?
43. Verkürzt man die Seite eines Quadrats um 4 (5) m, so wird das neue Quadrat um 128 (225) qm kleiner. Welches sind die Seiten des Quadrats?
44. Zwei Quadrate, von denen eines um 6 m längere Seiten hat, betragen dem Inhalte nach zusammen 666 qm. Wie lang sind die Seiten der Quadrate?
45. Verlängert man eine Seite eines Quadrats um 3 m, die andere um 2 m, so entsteht ein Rechteck, das um 46 qm größer ist, als das Quadrat. Wie groß ist das Quadrat a) nach Seite, b) nach Inhalt?
46. Um einen rechteckigen Garten von 40 m Länge und 30 m Breite soll ein Teich angelegt werden, der 624 qm hält. Wie breit muß er werden?
47. Ein rechteckiges Bild von 33 cm Länge und 22 cm Breite soll mit einem Rahmen umgeben werden. Wie breit muß dieser sein, wenn er an Flächeninhalt dem Bilde gleich sein soll?
48. Um einen quadratischen Garten von 14400 qm soll ein Teich gelegt werden, der überall gleich breit und dem Flächen-Inhalte nach $^9/_{16}$ mal so groß, als der Garten sein soll. Welche Breite muß der Teich haben?
49. Die Seiten zweier Quadrate sind um 2 m verschieden, ihre Inhalte um 64 qm. Wie lang sind die Seiten beider?
50. Wird eine Schnur, die ein Quadrat umspannt, um 6 m verlängert, so ist das Quadrat, das man nun umspannen kann, $2^1/_4$ mal so groß, als das erste. Wie lang war anfangs die Schnur?
51. Wird eine Schnur, die ein Quadrat umspannt, um 20 m verlängert, so kann sie ein Quadrat umspannen, das 225 qm größer ist. Von welcher Länge ist die Schnur?
52. Wird an einem Quadrat die Grundlinie um 10 m, die Höhe um 6 m verlängert, so erhält man ein Rechteck, welches

252 qm größer ist, als das Quadrat. Wie lang sind die Seiten des Quadrats?

53. Nimmt man an derselben Ecke eines Quadrats von einer Seite den vierten, von der anderen den fünften Teil und vollendet man das entstehende kleine Rechteck, so schließt dasselbe 180 qm ein. Wie groß ist a) die Seite, b) der Inhalt des Quadrats?

54. An einem Rechteck stehen Grundlinien und Höhe im Verhältnis von 1 : 2. Wird jede Ausdehnung um 4 m verlängert, so ist das neue Rechteck um 96 qm größer. Welche Ausdehnungen hat ursprünglich das Rechteck?

55. Vergrößert man die Grundlinie eines Rechtecks um ihr Drittel, die Höhe um die Hälfte, oder verlängert man beide um je 5 m, so verhalten sie sich wie 4 : 3. Wie groß ist der Inhalt des Rechtecks?

56. Wird die Breite eines Rechtecks um 10 m vermindert, die Länge um 10 m vermehrt, so ist das neue Rechteck um 300 qm kleiner. Welche Ausdehnungen hat jedesmal das Rechteck, wenn der halbe Umfang stets 100 m beträgt?

57. Wird an einem Rechteck die Grundlinie um 5 m vermindert, die Höhe um 5 m vergrößert, so gewinnt es 25 qm. Wird aber Grundlinie und Höhe je um 5 m verlängert, so nimmt das ursprüngliche Rechteck um 275 qm zu. Welche Ausdehnungen hat das Rechteck?

58. Verwandle folgende Oblongen in Quadrate:
a) $g = 15$ m; $h = 17$ m. b) $g = 26{,}7$ cm; $h = 100{,}5$ cm.
c) $g = 234$ m; $h = 318$ m. d) $g = 5{,}64$ m; $h = 12{,}375$ m.

Rhombus, Rhomboid, Parallel-Trapez.

A.

1. Welchen Umfang hat ein Rhombus, wenn die Seite beträgt: $s = 2$; 5; 7; 9; 12; 25; 0,3; 2,5; 9,8; 12,5; 28,2 m?

2. Wie groß ist die Seite einer Raute, wenn der Umfang beträgt: 4; 12; 36; 72; 96; 120; 0,8; 1,6; 8,4; 124,48 m?

3. Wie groß ist der Flächeninhalt (I) eines Rhombus, wenn Grundlinie (g) und Höhe (h) desselben nachstehende Werte haben?

a) $g = 3$ m; $h = 2$ m	d) $g = 1{,}5$ m; $h = 0{,}8$ m
b) $g = 9$ m; $h = 7$ m	e) $g = 2{,}4$ m; $h = 1{,}2$ m
c) $g = 15$ m; $h = 14$ m	f) $g = 9{,}6$ m; $h = 7{,}2$ m

4. Wie groß ist die Grundlinie eines Rhombus, wenn betragen:

a) $I = 20$ qm; $h = 4$ m	d) $I = 320$ qm; $h = 16$ m
b) $I = 36$ qm; $h = 6$ m	e) $I = 578$ qm; $h = 74$ m
c) $I = 94$ qm; $h = 16$ m	f) $I = 8{,}64$ qm; $h = 3{,}75$ m

5. Wie groß ist der Umfang eines Rhombus, wenn die Aufgaben bleiben, wie unter Nr. 4?

6. Wie groß ist die Höhe eines Rhombus, wenn betragen:

a) $I = 40$ qm; $g = 8$ m	c) $I = 420$ qm; $g = 42$ m
b) $I = 60$ qm; $g = 5$ m	d) $I = 1464{,}7$ qm; $g = 30{,}2$ m

7. Welches ist der Umfang eines Rhomboids, wenn die eine Seite 4 (5; 7; 9; 18; 3,6; 14,9) m, die andere 3 (4; 6; 7; 12; 1,2; 7,75) m beträgt?

8. Der Umfang eines Rhomboids beträgt 4 (8; 10; 15; 36; 108) m; die Seiten verhalten sich wie 3 : 1; (2 : 5; 2 : 3; 1 : 2; 7 : 9; 11 : 12.) Wie lang ist jede Seite?

9. Welches ist der Inhalt eines Rhomboids, wenn betragen die Grundlinie: 6 (7; 9; 25; 48; 1,2; 6,4; 12,25) m, die Höhe 4 (5; 7; 18; 36; 0,6; 3,2; 9,75) m?

10. Wie groß ist die Grundlinie eines Rhomboids, wenn der Inhalt 18 (25; 49; 96; 14,75; 36,25) qm, die Höhe 3 (5; 12; 36; 3,25; 4,75) m beträgt?

11. Berechne den Flächeninhalt folgender Paralleltrapeze, in denen betragen:

die beiden parallelen Seiten:	die Höhe:
a) 15 cm und 9 cm;	4 cm
b) 24 cm und 12 cm;	8 cm
c) 1,5 cm und 1,2 cm;	2 cm
d) 18,95 cm und 15,25 cm;	7 cm

12. Eine Raute hat 98,4 qm Inhalt und ist 8 m hoch; wie groß ist die Seite?
13. Der Flächeninhalt eines Trapezes ist 99 qm; die eine Parallele hat 7 m, die Höhe 6 m. Wie viel m muß die andere Parallele haben?
14. Die beiden parallelen Seiten eines Trapezes sind 5 m und 7 m; der Flächeninhalt 200 qm. Wie groß ist die Höhe?
15. Die beiden Diagonalen einer Raute sind 8,52 m und 4,5 m; gesucht ist der Inhalt.
16. Die beiden Parallelen eines Trapezes messen 47 m und 109 m; die Höhe hat 30 m. Wie groß ist der Inhalt?
17. Der Umfang eines Paralleltrapezes ist 120 m; die beiden nicht parallelen Seiten messen 25 m und 30 m, die Höhe 21 m. Wie groß ist der Inhalt?
18. Die Höhe und die zwei parallelen Seiten eines Trapezes verhalten sich wie 2 : 3 : 5; der Inhalt beträgt 1270,08 qm. Wie groß sind die oben genannten Stücke?
19. In einem Paralleltrapez, das 864 qm Inhalt hat, verhalten sich Höhe, größere und kleinere Parallele wie 4 : 7 : 5. Wie lang sind diese Linien?
20. Wie groß wäre ein Rechteck, wenn sich die Höhe desselben zur Höhe des Paralleltrapezes in voriger Aufgabe wie 3 : 2; die Länge des Rechteckes zur Mittellinie des Trapezes wie 5 : 3 verhielte?

B.

Anmerkung. Einige schwierigere Aufgaben über die Raute 2c. folgen bei den Dreiecken.

Das Dreieck im Allgemeinen. Rechtwinkliges, gleichseitiges, gleichschenkliges und ungleichseitiges Dreieck.

A.

1. Wie groß ist der Inhalt eines Dreieckes, wenn die Grundlinie 4 (5; 8; 12; 27; 6,4; 90,75) m, die Höhe 3 (4; 5; 7; 20; 5,2; 70,25) m beträgt?

2. Welche Grundlinie hat ein Dreieck, wenn der Inhalt 20 (40; 64; 100; 54,8; 120,4) qm, die Höhe 5 (8; 4; 10; 27,4; 30,1) m beträgt?
3. Wie groß ist die Höhe eines Dreiecks, wenn der Inhalt 10 (21; 54; 400; 2,16; 1034,55) qm, die Grundlinie 4 (6; 9; 20; 1,2; 34,2) beträgt?
4. Ein Treppenverschlag hat die Form eines Dreiecks von 3,05 m Länge und 2,4 m Höhe. Wie teuer kommt dieser Verschlag, wenn das Quadratmeter Brett mit 1,2 Mark bezahlt wird?
5. Ein dreieckiger Rasenplatz von 20,5 m Länge soll mit einem rechteckigen von gleicher Güte vertauscht werden. Wie hoch muß ersterer sein, wenn der letztere 15 m lang und 10,25 m breit ist?
6. Ein dreieckiges Feld von 200 m Grundlinie und 170,08 m Höhe hat mit einem quadratischen gleichen Flächeninhalt. Wie groß ist die Seite des letzteren Feldes?
7. Wie hoch kommt der Kalkbewurf einer Giebelseite, wenn dieselbe aus einem Rechteck von 12 m Breite und 8 m Höhe und aus einem darauf ruhenden Dreieck von gleicher Breite und 5 m Höhe besteht, und wenn das qm mit 1,5 Mark berechnet wird?
8. Ein Dreieck muß 200 qm haben. Wie hoch ist es, wenn die Grundlinie 20 m beträgt?
9. Jemand hat drei Grundstücke: ein Rechteck, ein Paralleltrapez und ein Dreieck. Die Länge des Rechtecks verhält sich zur Summe der parallelen Seiten des Trapezes wie 3 : 5, zu der Grundlinie des Dreiecks wie 6 : 7; die Höhe des Rechteckes verhält sich zur Höhe des Trapezes wie 2 : 3 und zur Höhe des Dreiecks wie 4 : 9. Das Rechteck ist 16,8 Ar groß. Welchen Inhalt haben die beiden anderen Grundstücke?
10. Von einem gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreieck beträgt die Hypotenuse 10 m. Wie groß ist der Inhalt?

B.

11. Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 3 m und 4 m (12 und 16 m; 8 und 15; 15 und 36; 28 und 96 m) lang. Wie groß ist die Hypotenuse?

12. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse 5 m (10; 17; 26; 85; 100 m), die eine Kathete 4 m (8; 15; 24; 13; 28m) lang. Wie groß ist die andere Kathete?

13. Eine Kathete = 9 m; die Hypotenuse und die andere Kathete haben zusammen 81 m; gesucht wird die letztere.

14. Eine Kathete = 12 m; Unterschied zwischen der Hypotenuse und anderen Kathe = 6 m; gesucht die letztere.

15. Summe der Hypotenuse und der einen Kathete = 25 m; Summe der beiden Katheten = 17 m; gesucht alle Seiten.

16. Summe der beiden Katheten = 28 m; Flächeninhalt = 96 qm. Wie groß sind die Katheten und die Hypotenuse?

17. Hypotenuse = 5 m; Summe der beiden Katheten = 7 m; gesucht jede der letzteren.

18. Hypotenuse = 35 m; Differenz der beiden Katheten = 7 m; gesucht die Katheten.

19. Der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 695,84 qm; die eine Kathete ist 30,2 m lang. Wie groß ist die Hypotenuse?

20. Der Umfang eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 72 m, die Hypotenuse ist 30 m lang. Wie groß sind die beiden Katheten und der Inhalt?

21. Der Inhalt eines Rechteckes ist 2640 qm; die Diagonale beträgt 122 m. Wie groß sind die Seiten?

22. Der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 54 qm. Wie groß sind die beiden Katheten, wenn die Hypotenuse 15 m lang ist?

23. Die Höhe eines Dreieckes ist um 8 m größer, als die Grundlinie. Der Flächeninhalt beträgt 52,5 qm. Wie groß ist die Grundlinie?

24. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mißt 26 m; die beiden Katheten differieren um 14 m. Wie groß sind letztere und der Inhalt?
25. Der Schatten eines Turmes ist um 12 m länger, als der Turm hoch ist. Vom Ende des Schattens bis zur Turmspitze sind in gerader Linie 60 m. Wie hoch ist der Turm?
26. Ein Turm ist 110 m hoch. Wie lang ist sein Schatten, wenn die Sonne 45^0 über dem Horizonte steht?
27. In einem Rechteck verhält sich die Länge zur Breite wie 4 : 3. Wie groß ist sein Inhalt, wenn die Diagonale 15 m lang ist?
28. Welche Größe hat ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse 40 m lang ist und dessen Katheten sich wie 6 : 8 verhalten?
29. Um wie viel wächst die Diagonale eine Quadrates, wenn die Seiten um 1 m zunehmen?
30. Eine junge Tanne von 8 m Höhe wird vom Winde so abgesprengt, daß die Teile zwar noch aneinander hängen, die Spitze aber 2 m vom Fuße des Baumes entfernt, den Boden berührt. In welcher Höhe ist sie abgesprengt?
31. Die Hypotenuse eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks ist um 20 m größer, als eine Kathete. Wie groß ist der Inhalt des Dreiecks?
32. Der Inhalt eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks beträgt 200 qm. Wie groß sind die drei Seiten?
33. Wie groß ist die zur Hypotenuse gehörige Höhe eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks von 27,996 m Umfang?
34. Die Summe der Diagonale und der Seite eines Quadrates beträgt 28 m. Wie groß ist der Flächeninhalt?
35. Die Diagonale eines Quadrates ist um 10 m kleiner, als der Umfang. Wie groß ist der Inhalt?

---

36. Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 25 m; der Schenkel ist um 2 m länger als die Grundlinie. Wie groß sind die einzelnen Seiten?

37. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 10 m, der Umfang 28 m. Wie lang sind die Schenkel?
38. Welchen Ausdruck erhält man für den Inhalt eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Grundlinie $= g$, dessen Schenkel $= s$ ist?
39. Im gleichschenkligen Dreieck ist die Grundlinie 6 (7; 9; 1,6; 2,5) cm, die Seite 10 (25; 15; 2,0; 6,5) cm. Wie groß sind Höhe und Fläche?
40. Wie groß ist der Inhalt eines gleichschenkligen Dreiecks, wenn der Schenkel 78 cm und der Umfang 216 cm beträgt?
41. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks ist 60 m, ein Schenkel 68 m lang. Wie groß ist der Flächeninhalt?
42. Der Inhalt eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 216 qm, die Höhe 12 m. Wie lang sind die Schenkel?
43. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks $=$ 180 m, die Höhe $=$ 48 m; gesucht die Schenkel.
44. Schenkel $=$ 195 m, Höhe $=$ 189 m; gesucht die Grundlinie.
45. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 100 m, der Schenkel 130 m; gesucht die Höhe.

---

46. Der Umfang (die Seite) eines gleichseitigen Dreiecks ist 153 m; wie groß ist die Seite (der Umfang)?
47. Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks ist a. Welche Höhe hat dasselbe?
48. Setze in Nr. 47 statt a ein: 6 (4; 8; 3,6; 6,4) m.
49. Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks ist s. Welche Formel erhält man für den Inhalt desselben?
50. Setze in Nr. 49 statt s ein: 4 (5, 7, 10, 20) m.
51. Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks ist h (5; 8; 12; 25 m). Welchen Inhalt hat dasselbe?
52. Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks ist 4 (5, 8, 10) m. Wie groß sind Seite und Inhalt?
53. In einem gleichseitigen Dreieck ist die Summe aus Höhe und Seite 4 m; wie groß sind beide und der Inhalt?

54. Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks ist um 6 m größer, als die Höhe. Wie groß sind beide und der Inhalt?

55. Verbindet man Freising, Amberg und Tübingen mit geraden Linien, so bilden diese Linien ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei Freising. Wie weit ist von Freising nach Tübingen, wenn von Freising nach Amberg ca. 16 geographische Meilen sind und der Winkel bei Tübingen 30^0 beträgt?

56. Der Inhalt eines gleichseitigen Dreiecks beträgt 100 qm. Wie groß sind Seite und Höhe?

57. Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks beträgt 12 cm. Wie groß ist die Seite eines Quadrats, welches denselben Flächeninhalt hat?

58. Ein gleichseitiges Dreieck und ein Quadrat haben dieselbe Seitenlänge. Wie verhalten sich die Flächen?

---

59. Wie groß ist der Inhalt eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse 20 m lang ist?

60. Wie groß ist die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks von 9,72 qm Inhalt, wenn der Schenkel 4,5 m lang ist?

61. Der Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks mißt 7,5 m; die Höhe ist um 1,5 m größer als die Grundlinie. Wie groß ist der Inhalt des Dreiecks?

62. Zwei gleichseitige Dreiecke werden so aneinander gelegt, daß sie eine Raute bilden. Wie lang ist die große Diagonale, wenn die kleine 6 m mißt?

63. Die Seite einer Raute mißt 10 m; ein Winkel in ihr beträgt 60^0. Wie groß ist der Flächeninhalt?

64. Eine Raute hat eine Höhe von 28 cm und eine kleine Diagonale von 35 cm. Wie groß ist ihr Inhalt?

65. Ein Winkel einer Raute mit 5,25 m langer Seite mißt 45^0. Wie groß ist der Inhalt derselben?

66. Der Inhalt einer Rhomboide beträgt 135 qm; die zwei anstoßenden Seiten sind 10 m und 15 m lang. Wie groß sind die beiden Diagonalen?

67. Die Seite einer Raute ist 20 m und eine Diagonale 24 m lang. Wie groß ist der Inhalt?

68. Vorbemerkung. Nennt man die drei Seiten des ungleichseitigen Dreiecks a, b, c, so ist sein Inhalt:

$$I = \tfrac{1}{4}.\sqrt{(a+b+c).(a+b-c).(a+c-b).(b+c-a)}$$

Wie groß ist der Inhalt eines Dreiecks, wenn die drei Seiten lang sind: 4, 5 und 7 m (8, 11 und 15 m; 12, 17 und 23 m)?

69. Wie gestaltet sich obige Formel für das gleichschenklige und gleichseitige Dreieck?

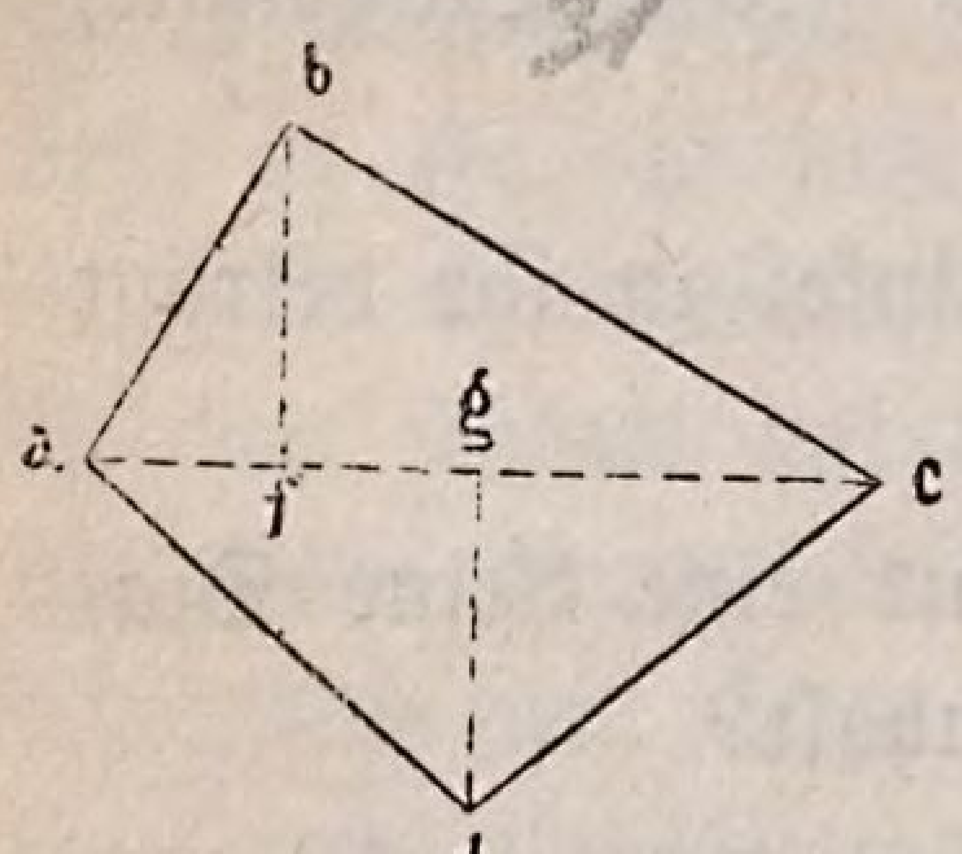
70. Zwei Seiten eines Dreiecks, welche einen Winkel von 60° einschließen, sind 6 m und 9 m lang; wie groß ist die dritte Seite?

71. Zwei Seiten eines Dreiecks sind 26 m und 30 m lang. Der Seite von 26 m liegt ein Winkel von 60° gegenüber; wie groß ist die dritte Seite?

72. Zwei Seiten eines Dreiecks sind 12,5 m und 16,8 m, die von ihrem Vereinigungspunkte auf die dritte Seite gezogene Höhe ist 9,5 m lang. Wie groß ist der Inhalt dieses Dreiecks?

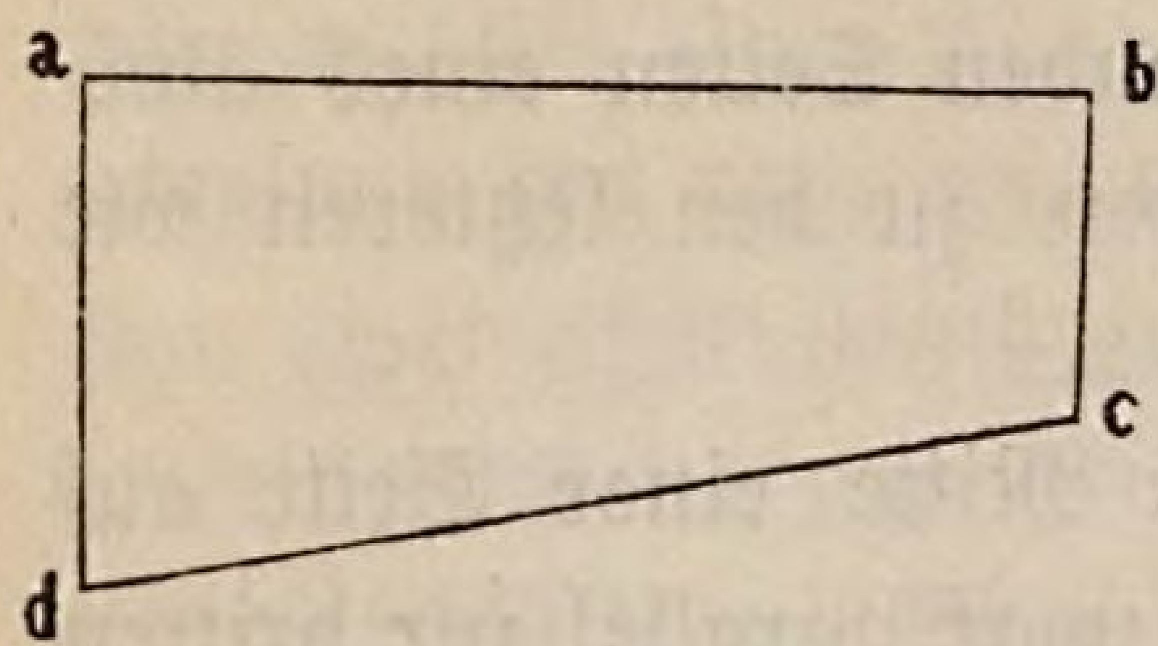
73. Ein dreieckiges Stück Feld, dessen Seiten 300 m, 400 m und 500 m lang sind, soll mit Weizen besät werden. Wenn nun auf 1 Ar 3 Liter Aussaat kommt, wie viel Weizen ist zur Aussaat nötig?

74. Ein dreieckiges Stück Land, dessen Seiten 160 m, 200 m und 240 m betragen, soll gegen ein quadratisches von gleicher Güte vertauscht werden. Wie groß muß die Seite des letzteren sein?

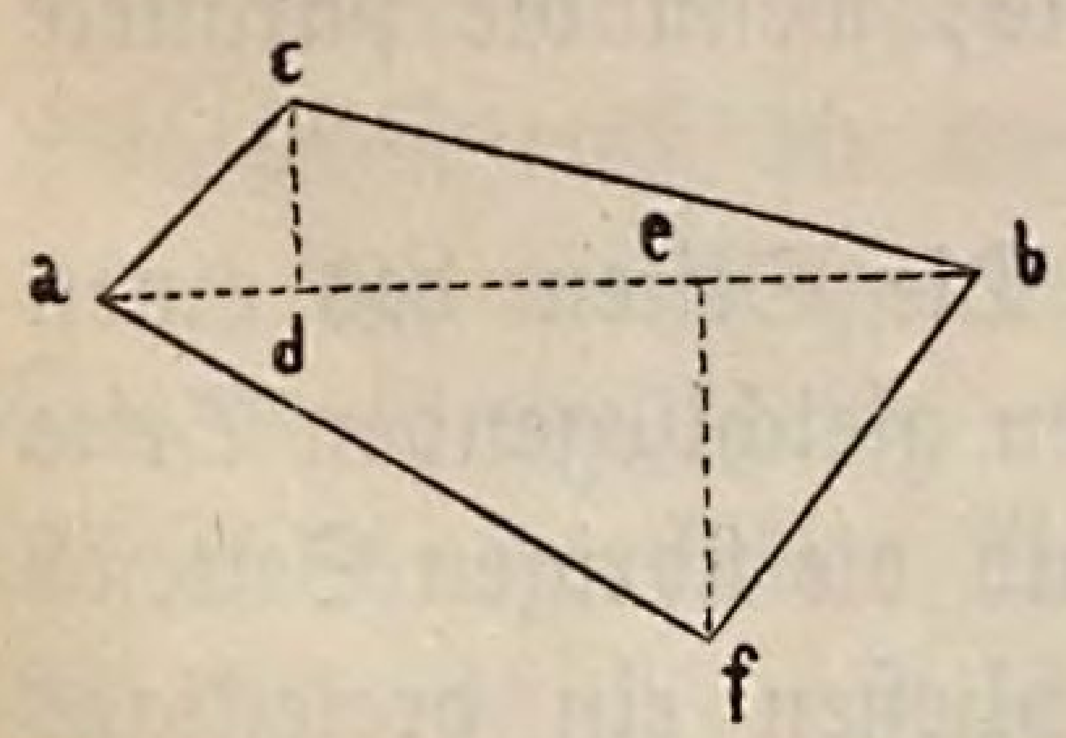


75. Wie groß ist der Inhalt eines Trapezoides von nebenstehender Figur, wenn $ab = 25$ m; $bc = 50$ m; $bf = 20$ m und $gd = 26$ m ist?

76. In einem Viereck haben die vier Seiten a, b, c und d folgende Längen: $a = 30$ m; $b = 40$ m; $c = 90$ m; $d = 110$ m. Wie groß ist der Inhalt, wenn a und b einen rechten Winkel einschließen?

77. 

Wie groß ist der Inhalt eines Feldes von nebenstehender Figur wenn bei a und b je ein rechter Winkel liegt und $ad = 40$ m; $bc = 32$ m; $dc = 78$ m beträgt?

78. 

Eine Flur hat die Gestalt der nebenstehenden Figur. Der ganze Inhalt beträgt 24 ha; die Linie cd 140,2 m; die Linie ef 158 m. Wie groß ist die Diagonale ab?

79. An einem Trapezoid haben zwei anstoßende Seiten gleiche Länge, nämlich 48,6 m; der von ihnen eingeschlossene Winkel beträgt 60^0 und jeder anliegende hat $^7/_6$ R. Wie groß sind beide Diagonalen und der Inhalt?

80. Vier Stangen sind 9, 10, 12 und 14 m lang. Welches ist der Inhalt des größten Vierecks, das daraus gebildet werden kann?

Anmerkung. Nennt man die vier Seiten des Vierecks a, b, c, d und den halben Umfang desselben s, so ist der Flächeninhalt des größten Vierecks $= \sqrt{(s-a).(s-b).(s-c).(s-d)}$

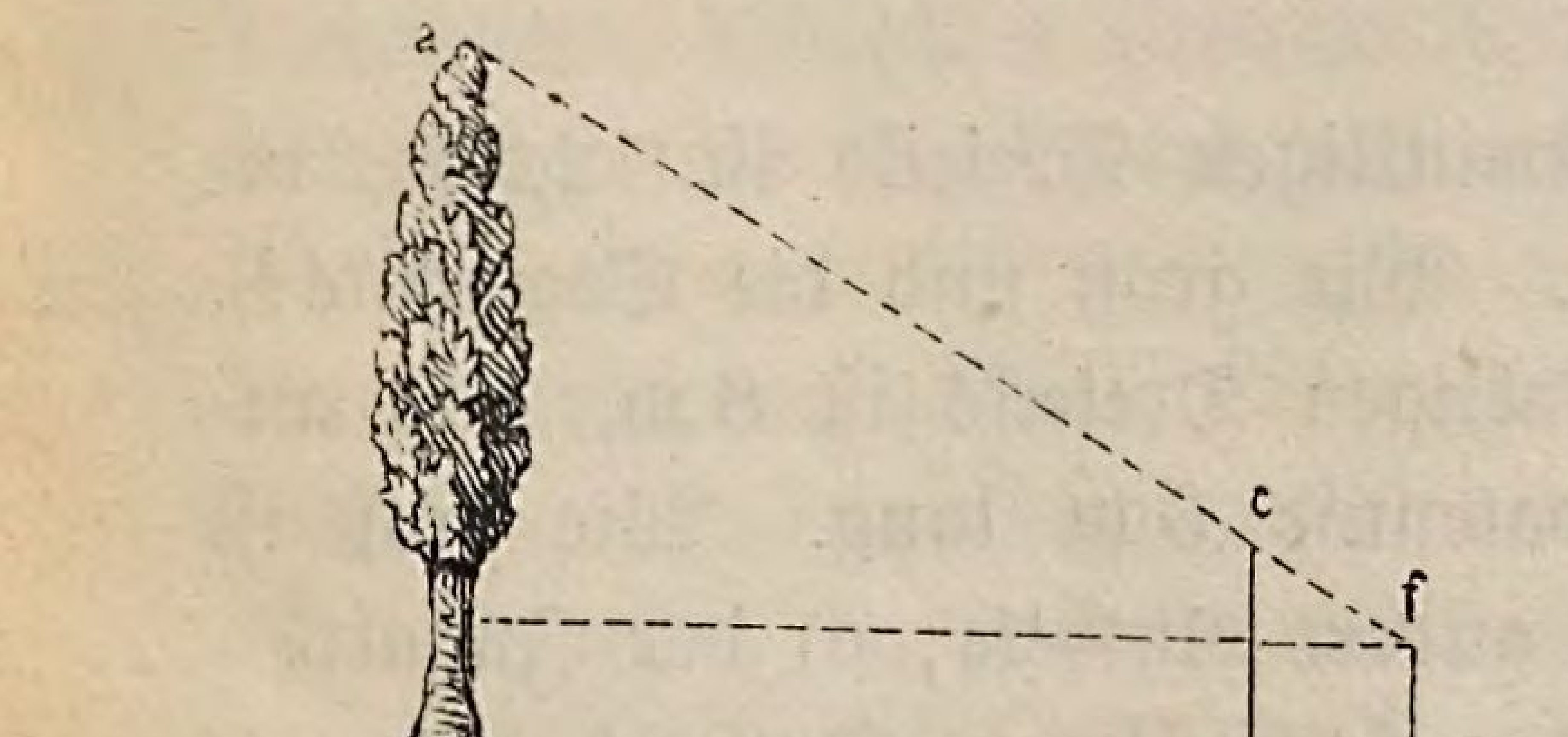
Aehnlichkeit der Figuren. Proportionalität der Linien.

A.

1. Die Hypotenusen zweier rechtwinkliger, gleichschenkliger Dreiecke verhalten sich wie 3 : 4. Eine Kathete des kleineren Dreiecks mißt 12 cm. Wie groß ist die Kathete des größeren Dreiecks?

2. Die gleichliegenden Seiten zweier ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 7 : 12. Eine Seite im kleineren Dreieck ist 5 m lang. Wie lang ist die gleichliegende Seite des größeren Dreiecks?
3. Die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks betragen 6, 8 und 10 cm. Wie lang sind die gleichliegenden Seiten eines ähnlichen Dreiecks, wenn sich die ersteren zu den letzteren wie 2 : 3 verhalten?
4. In einem Dreieck zieht man von der Mitte einer Seite auf die gegenüber liegende eine Linie und zwar parallel zur dritten Seite. Wie lang ist die gezogene Linie, wenn die parallele Seite des Dreiecks 28 m lang ist?
5. Gegeben sind zwei ähnliche Dreiecke. Die Seiten des einen sind 5, 7 und 15 m lang; die der ersten gleichliegenden Seite des anderen mißt 7,5 m. Wie lang sind die übrigen Seiten?
6. Zwei Bahnlinien und eine Straße schließen ein dreieckiges Feld zwischen sich. Auf der Karte sind die Seiten 12, 14 und 18 mm lang; nach dem Maßstabe der Karte ist aber die erste Seite eine Meile lang. Wie groß sind die anderen Seiten?
7. In einem Dreieck ist die Höhe 8 m, eine Seite 9 m lang. In einem ähnlichen Dreieck mißt die Höhe 14 m. Wie lang ist die gleichliegende Seite?
8. Ein vertikal in die Erde gesteckter Stab von 5 m Länge wirft einen Schatten von 4 m. Wie hoch ist ein Baum, der im nämlichen Augenblicke einen Schatten von 24 m Länge wirft?
9. Bei einem Trapez ist die eine Parallele 14, die andere 32 m lang und eine Nichtparallele mißt 28 m. Um wie viel muß diese Nichtparallele verlängert werden, bis sie von der anderen nicht parallelen Seite geschnitten werden kann?
10. In einem Trapez wurden die Nichtparallelen bis zum Durchschnittspunkte verlängert. Die eine Parallele mißt 20 m, die andere 75 m. Wie groß muß deren Abstand sein, wenn die Entfernung jenes Durchschnittspunktes von der kleineren Parallele 9 m beträgt?

11. An zwei ähnlichen Dreiecken verhalten sich zwei gleichliegende Seiten wie 2 : 3. Wie verhalten sich die Umfänge?
12. Die Halbmesser zweier Kreise betragen 7 und 8 cm. Wie verhalten sich ihre Umfänge?
13. Die Seiten zweier Quadrate verhalten sich wie 10 : 14. Wie verhalten sich ihre Diagonalen?
14. Von zwei ähnlichen Dreiecken hat das kleinere 75 qm Inhalt bei einer Seite von 10 m. Wie groß ist das andere, wenn die gleichliegende Seite 20 m beträgt?
15. Die Höhe eines Dreiecks beträgt 6 m, sein Inhalt 45 qm. Wie groß muß die Grundlinie eines ähnlichen Dreiecks sein, wenn sich die Höhe des ersteren zu der Höhe des letzteren wie 1 : 2 verhält?
16. Einer quadratischen Wand von 15 m Seitenlänge gegenüber befindet sich in einer Entfernung von 20 m eine Lampe. In welcher Entfernung von der Lampe muß ein 0,4 m Seitenlänge betragender quadratischer Lichtschirm aufgestellt werden, wenn der Schatten die Wand ganz decken soll?
17. In einer Entfernung von 240 m steht meinem Fenster gegenüber eine senkrechte Bergwand. Wie groß ist die Fläche, welche ich durch eine quadratische Fensterscheibe von 0,5 m Seitenlänge sehe, wenn das Auge dem Mittelpunkte der Scheibe gerade gegenüber und 2 m von derselben entfernt ist?
18. Um die Höhe eines Baumes (Turmes) *ab* zu bestimmen,



wurden in einiger Entfernung davon zwei Stäbe *cd* u. *fg*, wovon ersterer 140 cm und letzterer 100 cm hoch ist, vertikal so aufgestellt, daß man über ihre Enden *f* und *c* hinweg, genau die Spitze *a* des Baumes gesehen und dann durch Messung *bg* = 12 m und *dg* = 0,32 m gefunden hat. Welche Höhe hat der Baum?

19. In dem klaren Wasser eines Grabens sieht man die Spitze eines Baumes. Wie hoch ist derselbe, wenn der Graben 12 m vom Fuße des Baumes und 1 m vom Fuße des Beobachters entfernt ist und wenn letzterer bis zur Augenhöhe 1,6 m mißt? (Auch mit einem Spiegel!)
20. Die drei Seiten eines Dreiecks sind 8, 9 und 10 m; eine Parallele mit der ersten Seite mißt 6 m. Wie groß sind die vier Segmente, in welche die beiden anderen Seiten durch diese Parallele geteilt werden?
21. Eine Seite eines Dreiecks mißt 20 m; eine Parallele mit dieser teilt eine der beiden anderen Seiten in Stücke, die sich wie 3 : 5 verhalten. Wie groß ist die Parallele?

B.

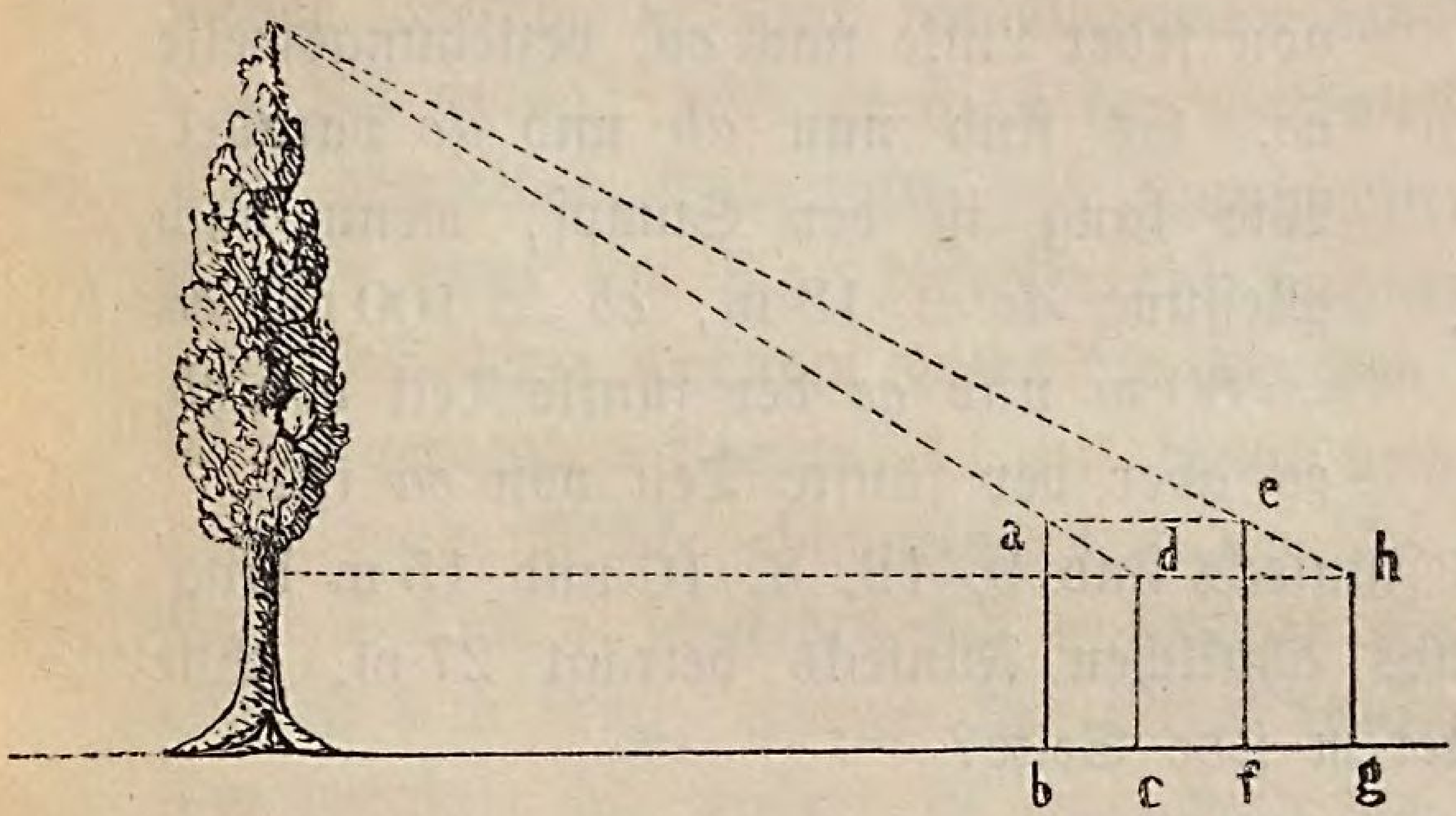
22. Wie weit reicht bei einer Mondsfinsternis der Erdschatten über den Mond hinaus, wenn der Durchmesser der Sonne 186000 Meilen, der der Erde 1720 Meilen, die Entfernung von Sonne und Erde 20 Millionen Meilen und die von Erde und Mond 50000 Meilen beträgt?
23. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 82 m lang; die kleine Kathete mißt 18 m. Wie groß ist die Höhe von der Hypotenuse aus?
24. Die zur Hypotenuse gehörige Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks ist 60 m, das kleinere Segment 12 m groß. Wie groß sind die beiden Katheten?
25. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 12,2 m, die zugehörige Höhe 9 m lang. Wie groß sind die Segmente?
26. Eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist 8 m, das anliegende Segment der Hypotenuse 3 m lang. Wie groß ist a) die Hypotenuse; b) die andere Kathete; c) der Inhalt?
27. Die zur Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks gehörige Höhe beträgt 3 m; die Segmente der Hypotenuse differieren um 2,5 m. Wie groß sind die beiden Katheten und die Hypotenuse?

28. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 32,5 m, die ihr zugehörige Höhe 15,6 m. In welche zwei Abschnitte wird durch sie die Hypotenuse geteilt?

29. Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 5 m und 12 m lang. Es soll die Hypotenuse ohne Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes berechnet werden.

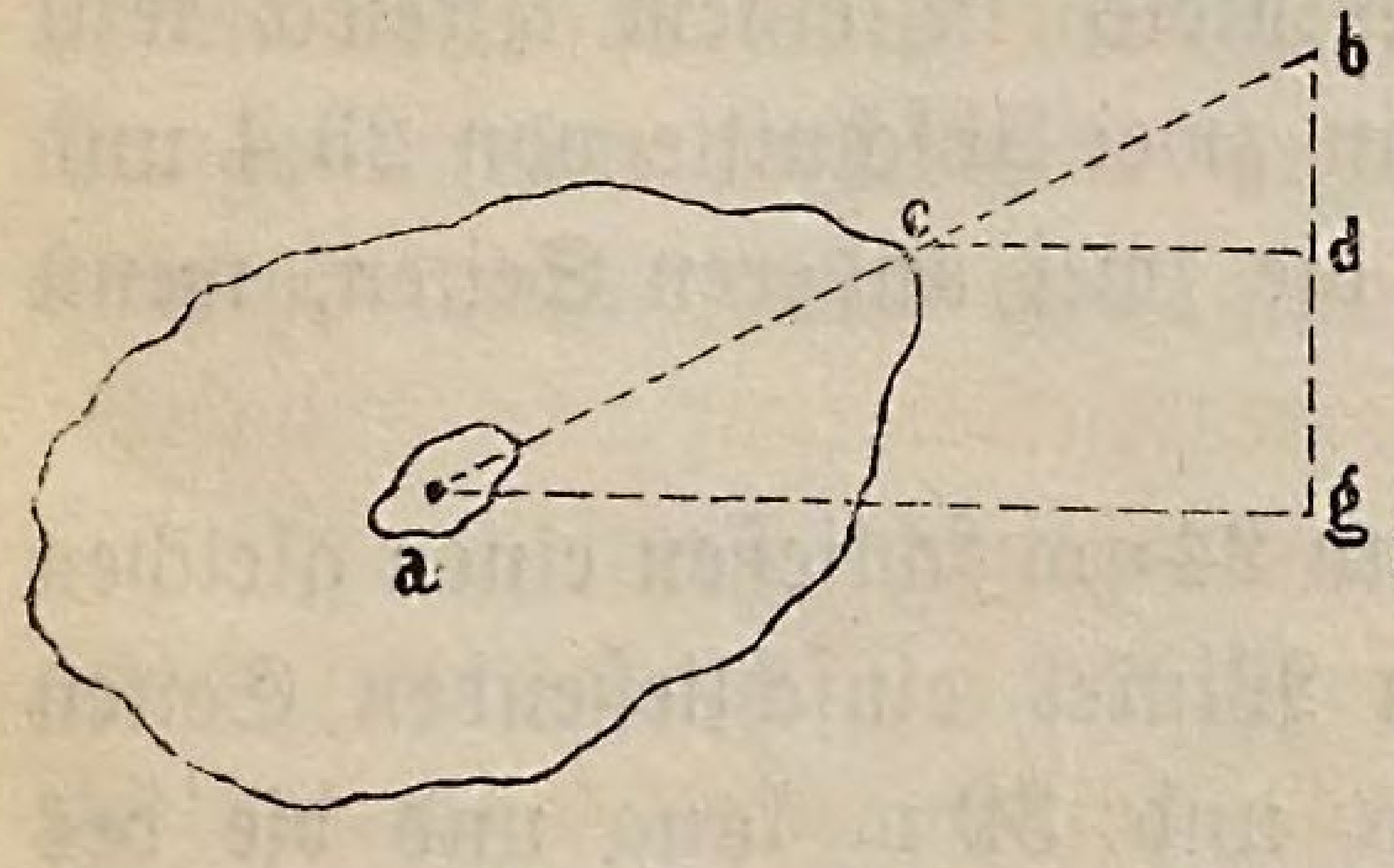
30. Wie hoch ist ein Dachstuhl, welcher zwei ungleiche Seiten hat, die oben unter einem rechten Winkel zusammenstoßen, wenn die eine Dachseite 26 m und die Dachbreite 40 m beträgt?

31. Ein am jenseitigen Ufer eines Flusses befindlicher Baum soll seiner Höhe und Entfernung nach gemessen werden. Zu diesem Zwecke schlägt man vier Stäbe, je zwei von gleicher Länge, in die Erde, wie nebenstehende Figur andeutet. Wie hoch ist der Baum und wie groß ist die Entfernung von *c*, wenn *ab* = *ef* = 2 m; *dc* = *hg* = 1,5 m; *bc* = 3 m; *fg* = 4 m und *cg* = 24 m ist?



32. Der Umfang eines Dreiecks beträgt 6,25 m. Die Seiten eines ihm ähnlichen Dreiecks sind 4,5 m; 5,8 und 8,1 m. Wie groß sind die Seiten des ersten Dreiecks?

33. Auf einer Insel eines Teiches steht ein Turm. Jemand möchte die Entfernung desselben von *b* (s. Fig.) wissen und errichtet zu diesem Zwecke mittels eines Winkelkreuzes auf *ag* bei *g* eine Senkrechte, mit ihr parallel *dc*. Wie groß ist die gesuchte Entfernung, wenn

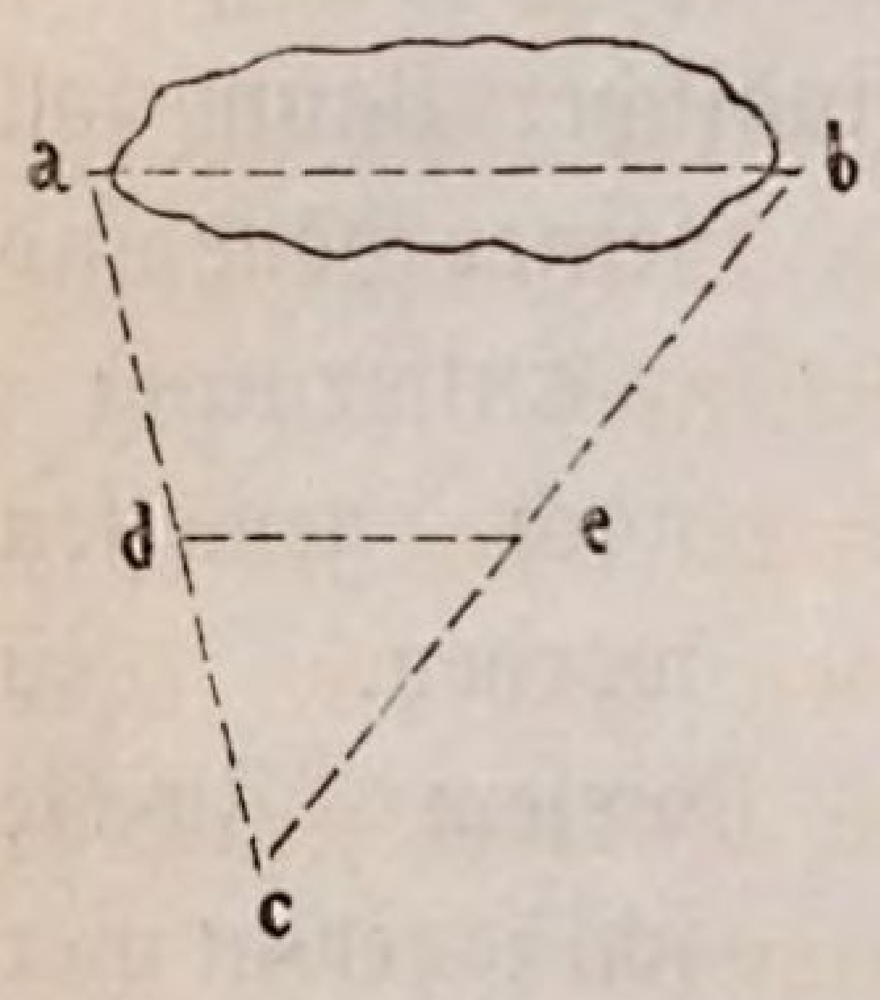


durch Messung sich ergab, daß $bg = 45$ m, $bd = 15$ m, $dc = 10$ m beträgt?

34. Welchen Inhalt hat ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse durch die Höhe in Stücke zu 9 m und 16 m zerlegt ist?

35. Wie groß ist der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Seiten sich wie 3 : 4 : 5 verhalten, und dessen Höhe auf der Hypotenuse 12 m beträgt?

36. Um die Länge ab (s. Fig.) eines unzugänglichen Sumpfes zu bestimmen, mißt Jemand cb und ca und trägt dann den gleichvielsten Teil von jeder Linie nach cd, beziehungsweise ce. Es sind nun ab und de parallel. Wie lang ist der Sumpf, wenn nach Messung $de = 18$ m, $cb = 100$ m, $ca = 80$ m und ce der fünfte Teil von cb, cd aber der fünfte Teil von ca ist?



37. Die Seiten eines Fünfecks sind 9, 12, 8, 10 und 15 m lang. Der Umfang eines ähnlichen Fünfecks beträgt 27 m. Wie groß ist von letzterem jede Seite?

38. Die Inhalte zweier ähnlicher Dreiecke sind 24 qm und 96 qm; eine Seite des ersten ist um 3 m kleiner als die homologe des zweiten. Wie groß sind diese zwei Seiten?

39. Die Inhalte zweier ähnlicher Figuren sind 192 qm und 432 qm. Zwei homologe Diagonalen differieren um 10 m. Wie groß sind letztere?

40. Die Halbierungslinie eines Winkels in einem Dreieck teilt die gegenüber liegende Seite in zwei Abschnitte von 23,4 und 39 m Länge. Wie groß sind die zwei anderen Seiten, wenn ihre Summe 77,6 m beträgt?

41. Zwei Dreiecke von 384 qm und 24 qm schließen einen gleichen Winkel ein. Die zwei diesen Winkel einschließenden Seiten des ersten Dreiecks sind 24 m und 32 m lang und die des anderen differieren um 2 m. Wie lang sind die letzteren?

42. Zwei Sehnen im Kreise schneiden sich. Die Stücke der einen sind 16 m und 24 m; ein Abschnitt der anderen beträgt 30 m. Wie groß ist die zweite Sehne?

43. Zwei Sehnen im Kreise schneiden sich. Die eine ist 25 m lang, während die Abschnitte der anderen 8 und 15 m lang sind. Wie groß sind die Abschnitte der ersteren?

44. Der Durchmesser eines Kreises wird $2\frac{1}{2}$ m vom Mittelpunkte des Kreises entfernt von einer Sehne senkrecht geschnitten. Wie lang ist die Sehne, wenn der Durchmesser 25 m beträgt?

45. Eine 20 m lange Sehne eines Kreises schneidet den Durchmesser senkrecht so, daß die Segmente des Durchmessers um 6 m differieren. Wie groß ist der Halbmesser?

46. Von demselben Endpunkte des Durchmessers eines Kreises wurden zwei um 8 m differierende Sehnen gezogen. Wie groß sind diese Sehnen, wenn die von den Endpunkten derselben gezogenen Perpendikel auf dem Durchmesser 10 m und 14 m lange Stücke abschneiden?

47. Zwei Sekanten schneiden sich außerhalb eines Kreises. Die eine ist 5 m lang, wovon das Stück innerhalb des Kreises 3 m beträgt; die andere ist außerhalb des Kreises um 1 m länger als innerhalb desselben. Wie groß ist diese Sekante?

48. Eine Sekante eines Kreises wird von dessen Peripherie in Stücke von 9 m und 16 m geteilt. Wie lang ist die zugehörige Tangente?

49. Von dem Endpunkte einer Tangente aus soll zu einem Kreise eine Sekante so gezogen werden, daß das zwischen der Peripherie liegende Stück derselben halb so groß wird, wie die Tangente; der außerhalb liegende Teil aber dieses Stück um 2 m übertrifft. Wie groß sind Tangente und Sekante?

Reguläre Vielecke.

Vorbemerkung. Ist bei regulären Vielecken die Seite $= S$, so ist der Inhalt beim

reg. Dreieck	$= S^2 . 0{,}433$	reg. Neuneck	$= S^2 . 6{,}181$
reg. Viereck	$= S^2 . 1{,}000$	reg. Zehneck	$= S^2 . 7{,}694$
reg. Fünfeck	$= S^2 . 1{,}720$	reg. Elfeck	$= S^2 . 9{,}360$
reg. Sechseck	$= S^2 . 2{,}598$	reg. Zwölfeck	$= S^2 . 11{,}196$
reg. Siebeneck	$= S^2 . 3{,}634$	reg. Sechszehneck	$= S^2 . 20{,}109$
reg. Achteck	$= S^2 . 4{,}828$	reg. Zwanzigeck	$= S^2 . 31{,}568$

Auch nachstehende Werte leisten oft gute Dienste:

$$\pi = 3{,}1416 \qquad \frac{1}{\pi} = 0{,}31831$$

$$\sqrt{2} = 1{,}4142 \qquad \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} = 2{,}35114$$

$$\sqrt{3} = 1{,}732 \qquad \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 3{,}804$$

$$\sqrt{5} = 2{,}236 \qquad \sqrt{2 - \sqrt{2}} = 0{,}76536$$

$$\sqrt{10} = 3{,}1622 \qquad \sqrt{5 - 2\sqrt{5}} = 0{,}7265$$

$$\sqrt{\pi} = 1{,}7724 \qquad \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}} = 0{,}3249$$

A.

1. Welchen Inhalt hat ein reguläres Dreieck von 30 cm langen Seiten?
2. Ein reguläres Sechseck hat einen Umfang von 48 m. Wie groß ist der Flächeninhalt?
3. Jemand findet, daß der äußere Umfang der Mauer eines sechsseitigen Turmes 18 m, der innere aber nur 16,8 m mißt. Wie groß ist die Grundfläche der Mauer?
4. Aus einem regelmäßigen Zehneck von 20 m Umfang wird ein anderes von 19 m Umfang ausgeschnitten. Wie groß ist der Ring?

5. Ein regelmäßig achtseitiges Zimmer von 3 m Seitenlänge soll mit Marmorplatten belegt werden. a) Wie viele Platten sind nötig, wenn dieselben Quadrate von 2 dm langen Seiten bilden? b) Wie teuer kommt die Pflasterung, wenn das Quadratdecimeter 0,75 Mark kostet?
6. Wie groß ist die Seite eines regulären Siebenecks, wenn der Inhalt 72 qm beträgt?
7. Ein regelmäßiges Sechseck und ein regelmäßiges Achteck haben gleichen Inhalt, nämlich 100 qm. Welches ist der Unterschied in den Umfängen?
8. Wie verhalten sich die Inhalte von regulären Drei-, Vier-, Fünf- und Sechsecken bei gleichem Umfange zu 60 m?
9. Der Radius eines Kreises beträgt 4 cm. Wie groß ist der Inhalt des eingeschriebenen Sechsecks?
10. Um ein regelmäßiges Sechseck von 900 qm Inhalt soll ein gleichlaufender Ring gelegt werden, der gerade so groß ist, wie das Sechseck. Wie groß ist der äußere Umfang?

B.

11. Aus einem quadratischen Bleche von 72 m Umfang soll das größte reguläre Achteck herausgeschnitten werden. Mit welcher Schenkellänge sind die Ecken des Quadrats abzuschneiden?
12. In ein regelmäßiges Sechseck ist ein anderes gleichlaufend mit den Seiten eingezeichnet. Wie groß ist der innere Umfang, wenn der äußere 48 m beträgt und der Ring 100 qm hält?
13. Ein Sechseckring hält 144 qm. Welch' ein Teil ist aus dem Sechseck herausgeschnitten, wenn der äußere Umfang 72 m beträgt?
14. Aus einem regulären Zwölfeck soll ein anderes ähnliches mit Dreiviertel der Größe herausgeschnitten werden. Wie groß ist der innere Umfang, wenn der äußere 36 m beträgt?
15. Ein reguläres Sechseck hat eine 3,6 m lange Seite. Wie groß ist der Radius des eingeschriebenen Kreises?

16. Der Radius eines Kreises ist r (9 m). Wie groß ist die Seite des eingeschriebenen regulären Dreiecks?
17. Der Radius eines Kreises ist r (8 m). Wie groß ist die Seite des eingeschriebenen Quadrats?
18. Ein Kreis, dessen Radius $= r$ ist, wird in ein reguläres Dreieck eingeschrieben. Wie groß ist die Seite des Dreiecks?
19. Wie groß ist die Seite eines regulären Vier- und Sechsecks, wenn der Radius des eingeschriebenen Kreises r (3 m) ist?
20. Die Seite eines regulären Drei-, Vier- und Sechsecks ist S (6 m). Welches ist der Radius des eingeschriebenen Kreises?
21. Gegeben ist die Seite des in einen Kreis eingeschriebenen Drei-, Vier- und Sechsecks; berechnet soll werden die Seite des umschriebenen ähnlichen Vielecks.
22. Gegeben ist die Seite eines umschriebenen Drei-, Vier- und Sechsecks; gesucht soll werden die Seite des eingeschriebenen ähnlichen Vielecks.

Kreisrechnung.

A.

1. Der Radius eines Kreises ist r. Wie gestaltet sich die Formel a) für den Umfang; b) für den Inhalt?
2. Von einem Kreise ist gegeben der Durchmesser d. Welche Formel erhält man a) für den Umfang; b) für den Inhalt?
3. Aus dem Umfange p eines Kreises soll der Radius r, der Durchmesser d und der Flächeninhalt I gefunden werden.
4. Aus dem Inhalte eines Kreises sollen der Radius r, der Durchmesser d und der Umfang p gefunden werden.
5. Wie groß ist a) der Umfang, b) der Inhalt eines Kreises, wenn nachstehende Werte gegeben sind?
   $d = 8; 12; 16; 0{,}5; 1{,}5; 2{,}75$ m; $r = 3; 6; 1{,}2; 2{,}5; 1720$ m
6. Ein Rad hat 2,1 m Durchmesser. Wie viel Umdrehungen macht es auf einer Strecke von einer geographischen Meile?

7. Ein Schwungrad von 2 m Durchmesser macht in jeder Sekunde eine Umdrehung. Welchen Weg würde es, auf dem Boden fortlaufend, in einer Stunde zurücklegen?
8. Der Radius eines Kreises ist r. Wie groß ist der Inhalt eines Kreises mit 2-, 3-, 4-, nfachem Radius?
9. Die Öffnung (der innere Durchmesser) eines Bechers beträgt 5 cm. a) Wie groß ist der Umfang der runden Öffnung? b) Wie groß ist der Radius eines übergreifenden Deckels, der um 3,1416 cm an Umfang größer ist, als der Becher?
10. Wie groß ist der Erddurchmesser, wenn der Äquator 5400 Meilen lang ist?
11. Eine runde Tischplatte von 1,2 m Durchmesser soll halb so groß gemacht werden. Um wie viel verringert sich der Durchmesser?
12. Ein Kreis und ein Quadrat haben gleichen Inhalt, nämlich 12,5656 qm. Wie verhält sich der Durchmesser des Kreises zur Seite des Quadrats?
13. Welchen Inhalt hat ein Kreis von 25,12 cm Umfang? ($\pi = 3,14$)
14. Die Mittelpunkte zweier Kreise von 12 cm und 6 cm Durchmesser werden aufeinander gelegt. Wie groß ist der über die kleinere Scheibe hervorragende Ring?
15. Ein kreisrunder Tisch hat einen Durchmesser von 1 m. Wie viele Personen haben um denselben Platz, wenn für jede 0,50 m gerechnet werden?
16. Auf einer Scheibe beträgt der Durchmesser des Schwarzen 10 cm, der weiße Ring ist 12 cm breit. Welchen Inhalt und welchen Umfang hat die Scheibe?
17. Ein kreisrunder Turm hat eine Mauerstärke von 8 dm und einen äußeren Umfang von 314 m. Welche Grundfläche hat die Mauer? ($\pi = 3,14$)
18. Der innere Umfang eines Kreisringes beträgt 31,40 m, der äußere 50,24 m. Wie groß ist der Kreisring? ($\pi = 3,14$)

19. Um einen kreisrunden Rasenplatz führt ein 1,5 m breiter Weg. Welchen Inhalt hat der Weg, wenn der Umfang des Rasenplatzes 94,2 m beträgt? ($\pi = 3,14$)
20. Wie groß aber ist der Weg, wenn der Durchmesser des Rasenplatzes 20 m und der äußere Umfang des Weges 65,94 m beträgt? ($\pi = 3,14$)
21. Legt man ein silbernes Fünfmarkstück, ein Zweimarkstück, ein Einmarkstück und ein Fünfzigpfennigstück konzentrisch aufeinander, steht jedesmal ein Kreisring vor. Wie groß sind diese Ringe, wenn die Umfänge der Münzen der Reihe nach betragen: 119,32 mm; 87,92 mm; 75,36 mm; 62,8 mm? ($\pi = 3,14$)
22. Wie groß sind nach obiger Aufgabe die Durchmesser der betreffenden Münzen?
23. Die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks verhalten sich wie 3 : 4 : 5. Wie groß sind die über den Seiten konstruierten Kreise, wenn der Umfang des Dreiecks 24 cm beträgt?
24. Der Fußboden eines kreisrunden Zimmers hat einen Umfang von 37,68 m. Wie hoch kommt der Anstrich desselben, wenn das qm 1,5 Mark kostet? ($\pi = 3,14$)
25. Ein Quadrat und ein Kreis haben gleichen Umfang, nämlich 12 m. Wie groß sind die Inhalte beider Figuren?
26. Der Radius eines Kreises ist 5 dm. Wie groß ist das Bogenstück, das zu einem Zentriwinkel von 80^0 gehört?
27. Der Radius eines Kreises ist 1 m. a) Wie groß ist die Sehne des Quadranten? b) Wie groß ist das Bogenstück über dieser Sehne? c) Wie vielmal größer als die Sehne ist das Bogenstück?
28. Zwei Orte liegen am gleichen Breitenkreise, 5^0 von einander entfernt. Wie viele geographische Meilen liegen beide Orte auseinander, wenn der Radius des Breitenkreises 700 Meilen beträgt?
29. Welcher Zentriwinkel gehört zu einem Bogen von 6 m Länge, wenn der Durchmesser des Kreises 5 m beträgt?

30. Der Radius eines Kreises ist 2,5 m, ein Bogenstück 3 m lang. Wie groß ist der entsprechende Sektor?
31. Der Umfang eines Kreises ist 62,832 m; zwei Radien schließen einen Winkel von 45° ein. Wie groß ist der betreffende Sektor?
32. Der Inhalt eines Kreises ist 450 qm. Wie groß ist der Sektor, dessen Zentriwinkel 36° beträgt?
33. Ein Kreissektor hat 75,25 qm Inhalt, sein Bogen beträgt 30,1 m. Wie groß ist der zugehörige Zentriwinkel?
34. Wie groß ist der Radius eines Kreisausschnittes von 70 qm Inhalt und einem Zentriwinkel von 7° 12′?

B.

35. Der Umfang eines Kreises ist um 15 m größer als der Durchmesser. Wie groß sind beide?
36. Die Radien dreier Kreise verhalten sich wie 1 : 2 : 3. Wie verhalten sich ihre Inhalte?
37. Die Inhalte dreier Kreise verhalten sich wie 1 : 9 : 25. Wie verhalten sich ihre Radien?
38. In eine cylindrische Zündholzbüchse von 0,03 m Durchmesser gehen 100 Zündhölzchen. Wie viel gehen in eine Büchse von 0,075 m Durchmesser?
39. Die Pferde an einer Dreschmaschine beschreiben einen Kreis von 24 m Umfang, an einer anderen einen solchen von 20 m Umfang. Welche Fläche bestreicht in beiden Fällen der Hebelarm, an dem die Pferde ziehen?
40. Welchen Durchmesser hat jener Kreis, der zweien anderen von 4 und 6 m Durchmesser gleich ist?
41. Von zwei Kreisen hat der eine 900 qm, der andere 2500 qm. Welchen Durchmesser hat jener Kreis, der der Differenz der beiden gleich ist?
42. Von zwei Kreisen hat der eine 36 m, der andere 60 m Umfang. Welche Peripherie hat jener Kreis, der gleich ist der Differenz (der Summe) der gegebenen?
43. Ein Kreis hat einen Inhalt von 1256 qm. Welchen Durchmesser hat jener Kreis, der 3 (4, 6, ⅔, ⅚) mal so groß ist?

44. In und um einen Kreis von 6 m Durchmesser ist ein reguläres Sechseck beschrieben. Um wie viel differieren die drei Umfänge?
45. In einen Kreis ist ein Quadrat geschrieben. Wie verhalten sich a) die Umfänge, b) die Inhalte der Figuren?
46. In einen Kreis sind eingeschrieben ein reguläres Drei-, Vier- und Sechseck. Wie groß sind die Kreis-Segmente über den Seiten, wenn der Radius des Kreises r (3 m) ist?
47. Aus der Mitte eines kreisrunden Bassins mit 37,6992 m Umfang wächst ein Schilfrohr 1 m hoch über das Niveau. Zieht man das Rohr an den Rand des Bassins, so berührt es genau die Oberfläche des Wassers. Wie lang ist das Schilfrohr? Wie tief das Bassin?
48. Ein in einen Kreis geschriebenes reguläres Sechseck hat 584,55 qm Inhalt. Wie groß ist das über einer Seite liegende Kreissegment?
49. Die Radien zweier konzentrischer Kreise sind R und r (20 und 12 cm). Wie groß ist der dazwischen liegende Kreisring?
50. Die Umfänge zweier Kreise differieren um 18,84 m, die Inhalte um 197,82 qm. Wie groß sind die Radien? ($\pi = 3,14$)
51. Die Inhalte zweier Kreise betragen 314 qm, die Umfänge differieren um 12,56 m. Wie groß sind die Radien? ($\pi = 3,14$)
52. Die Radien zweier konzentrischer Kreise differieren um 2 m, die Ringfläche beträgt 87,92 qm. Wie groß sind die Radien? ($\pi = 3,14$)
53. Die Radien eines konzentrischen Ringstückes sind 8 m und 6 m, der entsprechende Zentriwinkel beträgt 42°. Wie groß ist der Inhalt des Ringstückes?

Ellipse.

Vorbemerkung. Ist die halbe große Achse einer Ellipse $= a$, die halbe kleine $= b$, so ist der Flächeninhalt $= ab\pi$, der Umfang annäherungsweise

$$= \pi \sqrt{2\,(a^2 + b^2)}$$

A.

1. Ein ellipsenförmiger Tisch hat 1,6 m und 1 m Durchmesser. Gesucht wird Flächeninhalt und Umfang.
2. Eine elliptische Badewanne hat einen 1,68 m langen und 0,8 m breiten Boden. Wie groß ist die Bodenfläche?
3. Ein elliptisches Waschgefäß ist außen 0,42 m lang und 0,26 m breit. Wie groß ist der Umfang?
4. Die Fläche einer Ellipse beträgt 100 qm; die kleine Achse ist 5 m lang. Wie lang ist die große Achse?
5. Ellipsenfläche = 339,12 qm; große Halbachse 12 m. Wie groß ist die kleine Halbachse? ($\pi = 3,14$)

B.

6. Große Achse 60 cm, kleine 36 cm. Gesucht die Entfernung der beiden Brennpunkte.
7. Eine Ellipse von 16 und 8 m Durchmesser soll auf $^3/_4$ ihrer Größe gebracht werden. Welche Durchmesser sind ihr zu geben, wenn sich dieselben wie 2 : 3 verhalten sollen? ($\pi = 3,14$)
8. Der Inhalt einer Ellipse beträgt 75,36 qm; die beiden Achsen differieren um 4 m. Wie lang ist jede der letzteren? ($\pi = 3,14$)
9. Der Inhalt einer Ellipse beträgt 109,9 qm; die beiden Durchmesser sind zusammen 24 m lang. Wie groß ist jede Achse? ($\pi = 3,14$)
10. Zwei Ellipsen sind zusammen 43,96 qm groß. Die vier halben Achsen messen mitsammen 11 m. Wie groß sind die Achsen, wenn sich dieselben in der ersten Ellipse wie 1 : 2, in der zweiten wie 2 : 3 verhalten? ($\pi = 3,14$)

Körperberechnungen.

Aufgaben über das Gewicht 2c. der Körper.

1. Welches Gewicht hat ein Stück Blei von 15 cdm Inhalt? (Spezifisches Gewicht = 11,38.)

2. Wie schwer ist ein Postament von Marmor, dessen Kubikinhalt 2,5 cbm beträgt? (Spez. Gew. = 2,8.)
3. Eine gußeiserne Walze ist 21600 kg schwer. Wie groß ist ihr Kubikinhalt, wenn das spezifische Gewicht des Gußeisens 7,2 ist?
4. Ein Gefäß von Zinn wiegt 420 gr. Welches Volumen hat es, wenn das spezifische Gewicht des Zinns 7 ist?
5. Ein kupferner Körper verdrängt beim Tauchen 4 l Wasser. Welches Volumen und welches Gewicht hat er? (Spez. Gew. = 8,8.)
6. Wie viel wiegt eine Legierung von 9 cbm Kupfer und 1 cbm Zinn? (Spez. Gew. = 8,8 und 7.)
7. Zwei Metalle, das erste mit 8, das zweite mit 7,2 spezifischem Gewichte werden legiert. Die Legierung hält 750 cbm und wiegt 5800000 kg. Wie viel wird von jedem Metalle genommen?
8. Eine Legierung von Kupfer und Zinn wog 49,2 kg. Im Wasser verlor sie 6 kg. Wie viel war von jedem Metalle a) dem Gewichte, b) dem Volumen nach vorhanden? (Spez. Gew. s. o.)
9. Auf ein im Wasser schwimmendes Holzstück vom spezifischen Gewichte 0,64, das 11,52 kg wog, wurde ein Eisenstab gelegt, so daß jetzt das Niveau des Wassers mit der Oberfläche des Holzes zusammenfiel. a) Wie groß war das Volumen, b) wie groß das Gewicht des Eisenstabes? (Spez. Gew. des Eisens = 7,8.)
10. Ein goldener Becher wog in der Luft 440,5 gr, im Wasser 415,5 gr. Da in der Regel das Gold mit Silber legiert wird, so entsteht die Frage: War es reines Gold? Und wenn nicht, wie viel Gold und Silber war dem Gewichte und dem Volumen nach darin enthalten? (Au. = 19,4; Ag. = 10,5.)
11. Eine Kiste von 5 dm Länge und 4 dm Breite wiegt 5 kg. Wie weit sinkt dieselbe, auf Wasser gelegt, ein?

12. Wie tief sinkt ein Holzwürfel von 64 cdm Inhalt und 0,6 spezifischem Gewichte a) im Wasser, b) im Spiritus (spez. Gew. = 0,7) ein?

Würfel.

A.

1. Die Kante eines Würfels ist 2 m lang. Wie groß ist a) die Oberfläche? b) der Kubikinhalt?
2. Die Kanten eines Würfels sind zusammen 36 (48; 60; 2,4; 9,6) m lang. Wie groß ist a) die Oberfläche? b) der Inhalt?
3. Die Oberfläche eines Würfels beträgt 54 (216; 600; 0,54) qm. a) Wie groß ist die Kante? b) Wie groß der Inhalt?
4. Die Kante eines Würfels ist 3 dm lang. Wie groß ist a) die Diagonale einer Seitenfläche? b) die Diagonale des Würfels?
5. Der Inhalt eines Würfels ist 8 (64; 125; 729; 1000) cbm. Wie groß ist die Kante?
6. Der Inhalt eines Würfels beträgt 6859 cbm. Wie groß ist seine Oberfläche?
7. Ein kubischer Wasserbehälter von 1,5 m Tiefe faßt 3,375 cbm. Wie viel ein anderer von 2 m Tiefe?
8. Ein Würfel von 1,2 dm langer Kante wiegt 5 kg. Wie viel wiegt ein anderer aus gleicher Masse mit 10 dm langer Kante?
9. Die Inhalte zweier Würfel verhalten sich wie 27 : 64. Von welcher Kantenlänge sind sie, wenn die eine Kante 2 dm länger ist, als die andere?
10. Wie lang ist die Kante eines Würfels, der nur den dritten Teil der Größe eines anderen von 9 cm Kantenlänge hat?
11. Zwei eiserne Würfel von 5 cm und 7 cm Kantenlänge sollen zu einem Würfel vereinigt werden. Wie groß wird dessen Kante?
12. Es soll der Größenunterschied zweier Würfel von 1,5 m und 1,1 m Kantenlänge als Würfel dargestellt werden. Wie lang wird die Kante des letzteren?

13. Die Kanten zweier Würfel verhalten sich wie 1:3. Wie verhalten sich a) ihre Oberflächen? b) ihre Inhalte?
14. Ein Würfel von 36 cm Kantenlänge soll zu einem anderen umgearbeitet werden, der um 10719 ccm kleiner ist. Um wie viel sind die Kanten zu verkürzen?
15. Die Größen zweier Würfel verhalten sich wie 1 : 27. Welche Kanten hat jeder, wenn sie zusammen 6048 cbm umfassen?
16. Die Kanten zweier Würfel verhalten sich wie 1 : 8. Wie lang sind diese Kanten, wenn ein Würfel um 4088 cbm mehr hält?
17. Die Kanten zweier Würfel verhalten sich wie 1:4. Wie lang sind dieselben, wenn beide Würfel zusammen 1755 cbm Inhalt haben?

B.

18. Die Diagonale eines Würfels mißt 6 m. Welche Oberfläche und welchen Kubikinhalt hat derselbe?
19. Die Oberfläche eines Würfels ist O (864 qm). Welchen Kubikinhalt hat derselbe?
20. Die Oberfläche eines Würfels ist 73,5 qm. Welche Diagonale hat derselbe?
21. Die Summe aller Kanten zweier Würfel ist 132 dm, die Differenz derselben beträgt 12 dm. Wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Kubikinhalt eines jeden Würfels?
22. Nimmt man die Kante eines Würfels um 2 dm länger, so wird eine Seitenfläche um 28 qdm größer. Wie groß ist der Kubikinhalt des Würfels?
23. Die Summe der Oberflächen zweier Würfel beträgt 61,5 qm; die Summe zweier Kanten 4,5 m. Welchen Inhalt hat jeder dieser Würfel?
24. Die Diagonale eines Würfels übertrifft die Kante um 2 m. Welchen Kubikinhalt hat derselbe?
25. Zwei Seitenflächen zweier Würfel lassen sich so in einander schreiben, daß die Kanten des einen, die des anderen halbieren.

Wie groß ist der Inhalt eines jeden Würfels, wenn die Kante des umschriebenen 10 dm beträgt?

26. Wird die Kante eines Würfels um 0,5 m kleiner, so nimmt der Kubikinhalt um $21^1/_8$ cbm ab. Wie groß ist anfänglich die Kante?

27. Die Inhalte zweier Würfel sind zusammen 280 cbm; die Summe zweier Kanten derselben beträgt 10 m. Wie groß sind die Oberflächen beider Würfel?

28. Aus zwei eisernen Würfeln wurde ein Würfel gegossen, der 655,2 kg wog. Die Summe zweier Kanten beider Würfel war 7 dm. Wie lang sind die Kanten? (Sp. G. = 7,2.)

29. Nimmt man die Kante eines eisernen Würfels um 0,1 m größer, so entsteht ein Mehrgewicht von 266,4 kg. Wie groß ist in jedem der beiden Fälle die Kante?

30. Die Seiten dreier Würfel bilden eine stetige Proportion. Das Gewicht des größten übertrifft das des kleinsten um 504 kg und das des anderen um 448 kg. Wie groß sind die Kanten dieser Würfel?

31. Die Summe einer Kante und der Diagonale eines Würfels ist P (9 m). Welchen Kubikinhalt hat dieser Würfel?

Prisma.

A.

1. Die Grundkante einer quadratischen Säule beträgt 3 (5; 8; 2; 4) dm; die Höhe 6 (9; 12; 18,5) dm. a) Wie groß ist die Oberfläche? b) Welches ist der Inhalt?

2. Die Grundkanten einer rechteckigen (oblongen) Säule sind 2 und 3 (4 und 5; 7 und 10; 3,5 und 10,5) m, die Höhe beträgt 6 (10; 12; 20,5) m. Wie groß ist a) die Oberfläche? b) der Inhalt?

3. Ein quadratisches Prisma hat bei einer Länge von 20 m einen Kubikinhalt von 720 cbm. Wie groß sind die Grundkanten?

4. Die Grundkante einer quadratischen Säule von 1,215 cbm Inhalt mißt 0,9 m. Welche Höhe hat sie?
5. Eine quadratische Säule hat einen Inhalt von 320 cbm. Welche Ausdehnungen besitzt sie, wenn die Höhe das Fünffache der Grundkante beträgt?
6. Ein Brett ist 4 m lang, 35 cm breit und 0,04 m dick. Welchen Kubikinhalt hat dasselbe?
7. Ein Heustock ist 6 m lang, 4,5 m breit, 5,2 m hoch. Wie viel Zentner Heu sind vorhanden, wenn 1 cbm zwei Zentner wiegt?
8. Ein Brunnentrog aus Sandstein ist innen 2 m lang, 1,2 m breit und 90 cm hoch; die Dicke des Steines beträgt gleichmäßig 0,1 m. a) Wie viel Wasser faßt der Trog und wie schwer ist dasselbe? b) Welche Oberfläche hat das Innere des Troges? c) Wie groß ist der Kubikinhalt und das Gewicht des Steines? (Sp. Gew. = 2,6.)
9. Ein Torfgraben ist 10 m lang, 2,5 m breit und 1,7 m tief. a) Wie viele cbm Torf hat er geliefert? b) Was wurde für den Torf eingenommen, wenn auf 2 cbm 3000 Stücke gerechnet werden und das Tausend auf 5 M. zu stehen kommt?
10. Ein Schlafsaal ist 15,5 m lang, 7,5 m breit und 5 m hoch. Wie viele Personen dürfen darin schlafen, wenn für die Nacht 30 cbm Luft auf eine Person gerechnet werden?
11. Wie hoch ist ein senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Dreieck von 4 m Seite bildet, wenn die Oberfläche 313,856 qm beträgt?
12. Die Oberfläche einer quadratischen Säule beträgt 198 qm; die Höhe beträgt das Fünffache der Grundkante. Wie groß sind die Dimensionen?
13. Die Grundfläche eines 25 m hohen Leuchtturmes bildet ein reguläres Sechseck, dessen Seiten 6 m lang sind. Wie groß ist der Raum, den die äußeren Flächen einschließen?
14. Der Kubikinhalt eines rechtwinkligen Parallelepipedums beträgt 364,5 cbm; drei aneinander stoßende Kanten verhalten sich wie 2 : 3 : 18. Wie groß ist die Oberfläche des Körpers?

15. Wie tief sinkt ein rechtwinkliges Parallelepipedum aus Ahornholz (Sp. G. = 0,65) im Wasser ein, wenn dasselbe 1,8 m lang, 0,3 m dick und 0,4 m breit ist, und wenn es a) mit der breiten, b) mit der schmalen Seitenfläche auf das Wasser gelegt wird?
16. Eine quadratische Säule hat 5 cbm Inhalt. Wird dieselbe in ihren Seitenkanten um 2 m verlängert, so nimmt der Inhalt um 200 cbm zu. Welche Ausdehnungen hatte sie anfänglich?
17. Ein Kanal ist oben 10 m, unten 6 m breit und 3 m tief. Das Wasser fließt darin mit einer sekundlichen Geschwindigkeit von 1 m und steht 2,4 hoch. Wie viel Wasser liefert der Kanal per Stunde?

B.

18. Ein Eisenbahndamm ist oben 4,3 m breit und 6,4 m hoch; sein Böschungswinkel beträgt 60°. Welchen Kubikinhalt hat das laufende Meter dieses Dammes?
19. Ein Würfel hat mit einer rechteckigen Säule, die 4 m lang, 6 m breit und 9 m hoch ist, gleichen Inhalt. Wie groß ist a) die Kante, b) die Oberfläche des Würfels? (Vergleiche die beiden Oberflächen!)
20. Eine rechteckige Säule von Thon, welche 4 cm breit, 6 cm dick und 12 cm hoch ist, soll durch Zulage in ein anderes vierseitiges Prisma umgewandelt werden, welches bei gleicher Oberfläche den möglichst größten Inhalt besitzt. Welche Ausdehnungen sind dem Prisma zu geben?
21. Die Seiten der Basis und die Höhe eines rechteckigen Parallelepipedums verhalten sich wie 2 : 3 : 15. Wie groß sind die Stücke, wenn die Oberfläche 364,5 qm beträgt?
22. Wie groß ist die Seite der Basis einer regulären vierseitigen Säule von 26,8 m Höhe, wenn die Oberfläche 715,2 qm beträgt?
23. Die Diagonale der quadratischen Grundfläche einer senkrechten Säule ist um 20 dm kleiner als die Höhe des Körpers. Wie groß sind beide, wenn die Oberfläche 278,5 qm beträgt?

24. Die Oberfläche eines rechteckigen Parallelepipedums beträgt 648 qm; die zwei anliegenden Seiten der Basis differieren um 2 m und die Höhe ist um 10 m größer als der Umfang der Grundfläche. Wie groß sind die Dimensionen?
25. Die Höhen zweier ähnlichen Prismen differieren um 5 m. Die Oberfläche des einen ist viermal so groß als die des anderen. Wie hoch sind beide?
26. Ein Parallelepipedum von 20 m Höhe hat als Basis ein Quadrat, dessen Diagonalquadrat 200 qm beträgt. Wie groß ist der Kubikinhalt?
27. Ein dreiseitiges Prisma von 10 m Höhe hat zur Basis ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck von 13,656 m Umfang. Wie groß ist der Kubikinhalt?
28. Die Oberfläche eines rechtwinkligen Parallelepipedums beträgt 664 qm; die Breite ist um 2 m, die Höhe um 6 m größer als die Länge. Wie groß ist der Kubikinhalt?
29. Ein Erddamm hat als Deckfläche ein Rechteck von 1220 m Länge und 4 m Breite, als Grundfläche ein solches von 1224 m Länge und 6 m Breite. Seine Höhe beträgt 2,4 m. Wie viele Fuhren Erde à 0,8 cbm sind hiezu nötig?
30. Die Grundfläche eines Parallelepipedums ist ein Quadrat, dessen Seite um 8 m kleiner ist als die Höhe des Körpers. Wie groß ist der Kubikinhalt, wenn die Oberfläche 224 qm beträgt?
31. Der Kubikinhalt einer quadratischen Säule beträgt 91,125 cbm; die Höhe ist doppelt so lang als die Diagonale der Grundfläche. Wie groß ist die Oberfläche?
32. Ein senkrechtes, dreiseitiges, schief abgeschnittenes Prisma hat die Seitenkanten k, k_1 und k_2. Die Durchschnittsfläche $= g$. Wie groß ist der Körperinhalt?
33. Die drei parallelen Kanten einer senkrechten, schief abgeschnittenen Säule von 28,8125 cbm Inhalt sind 8,75 m, 7,8 m und 6,5 m. Wie groß ist der Inhalt der senkrechten Durchschnittsfläche?

Pyramide.

A.

1. Die Grundfläche einer Pyramide beträgt 8 (12; 20; 1,5; 2,4) qm; die Höhe 6 (9; 12; 0,9; 1,5) m. Wie groß ist der Kubikinhalt?
2. Eine Pyramide hat einen Inhalt von 245 (512; 0,27) cbm und eine Grundfläche von 49 (64; 0,09) qm. Wie hoch ist sie?
3. Der Inhalt einer Pyramide beträgt 45 (135; 243; 3,12) cbm; die Höhe 9 (15; 12; 6) m. Welche Grundfläche hat dieselbe?
4. Wie groß ist die Oberfläche einer geraden, quadratischen Pyramide, wenn die Grundkante 6 (2; 5; 75) m und die Höhe der Seitenfläche 4 (1,5; 3,75; 72) m beträgt?
5. Der Mantel einer dreiseitigen Pyramide mit gleichen Seitenflächen beträgt 42 qm. Wie groß ist eine Grundflächenkante, wenn die Höhe eines Seitendreiecks 7 m beträgt?
6. Ein Grabstein hat die Form einer geraden, quadratischen Pyramide. Welche Fläche bedeckt er am Grabe, wenn sein Mantel 6,6 qm und die Höhe eines Seitendreiecks 3 m beträgt?
7. Wie schwer ist ein 2,59 m hohes, eisernes, massives Denkmal in Form einer quadratischen Pyramide, wenn die Seite der Grundfläche 0,58 m, und wenn Eisen 7,25 mal schwerer ist als Wasser?
8. Das pyramidenförmige viereckige Dach eines Turmes soll mit Schieferplatten von 0,24 m Länge und 0,2 m Höhe so gedeckt werden, daß die Platten mit $^2/_3$ ihres Flächeninhaltes über einander greifen. Wie viele Platten wird man brauchen, wenn eine Dachseite 10,5 m hoch und unten 2,8 m breit ist?
9. Wie groß ist eine regelmäßige sechsseitige Pyramide bei 4 m Grundkante und 12 m Höhe?
10. Welche Grundkante hat eine regelmäßige vierseitige Pyramide, die bei 15 m Höhe 125 cbm Inhalt besitzt?
11. Eine regelmäßige sechsseitige Pyramide soll bei 3000 cdm Inhalt 9 m hoch sein. Welche Grundkante ist ihr zu geben?

12. Die Oberflächen zweier ähnlicher Pyramiden differieren um 100 qm; zwei homologe Kanten sind 5 m und 7 m groß. Wie groß sind die Oberflächen?

B.

13. Die Oberfläche einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide beträgt 360 qm; die Grundkante mißt 10 m. Wie groß ist der Kubikinhalt?
14. Jede der sechs Kanten einer dreiseitigen Pyramide mißt 4 m. Wie groß ist die Oberfläche?
15. Welche Oberfläche hat eine regelmäßige vierseitige Pyramide von 4,8 m Höhe und 7,2 m Basiskante?
16. Es soll die Oberfläche einer regulären sechsseitigen Pyramide von 15 m Höhe berechnet werden, wenn die Basisseite 3 m lang ist.
17. Die acht Kanten einer vierseitigen Pyramide sind gleich lang. Wie groß ist jede, wenn die Oberfläche 68,3 qm beträgt? (Drei Dezimalen.)
18. Die Oberfläche einer regulären vierseitigen Pyramide beträgt 512,31 qm; die Seite der Basis kommt der Hälfte der Höhe des Körpers gleich. Wie groß ist a) die Seite der Basis? b) die Höhe des Körpers?
19. Die Oberfläche einer regulären dreiseitigen Pyramide beträgt 343,3 qm; die Höhe eines Seitendreiecks übertrifft eine Seite der Basis um 10 m. Wie groß ist die Grundkante?
20. Die Seitenkante und die Basisseite einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide von 336 qm Oberfläche verhalten sich wie 5 : 6. Wie groß sind jene Kanten?
21. Eine reguläre dreiseitige Pyramide hat zur Grundkante $= b$ (6 m), zur Seitenkante $= a$ (8 m). Wie groß sind Oberfläche und Kubikinhalt?
22. Die Grundkante einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide $= a$ (4 m); die Höhe der Pyramide $= h$ (10 m). Wie groß ist die Oberfläche?

23. Die Seite der quadratischen Basis einer senkrechten Pyramide $= S$, die Oberfläche $= O$. Wie gestaltet sich der allgemeine Ausdruck für die Höhe $= h$ des Körpers?
24. Die Oberflächen ähnlicher Pyramiden sind O und O_1; eine Kante der ersteren ist k. Wie groß ist die gleichliegende Kante der anderen Pyramide?
25. Zwei homologe Kanten zweier ähnlicher Pyramiden differieren um 3 m; die Oberflächen beider betragen 196 qm und 169 qm. Wie groß sind jene Kanten?
26. Wie groß ist der Kubikinhalt einer regelmäßigen dreiseitigen Pyramide, wenn der Umfang der Grundfläche 8,4 m und jede Seitenkante 8,2 m lang ist?
27. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide, bei welcher die Diagonale der Basis 3 m und die Höhe eines Seitendreiecks 5 mal so viel mißt, soll dem Kubikinhalte nach berechnet werden.
28. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide hat eine Oberfläche von 1176 qm; die Höhe mißt 14 m. Wie groß ist der Kubikinhalt?
29. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein ungleichseitiges Dreieck. Eine Seite davon mißt 52 m, die beiden anderen schließen einen Winkel von 60^0 ein und verhalten sich wie 8 : 15. Die Höhe des Körpers beträgt 90 m. Wie groß ist der Kubikinhalt?
30. Zwei Seiten der ungleichseitigen dreieckigen Basis einer Pyramide von 8 m Höhe verhalten sich wie 3 : 5 und schließen einen Winkel von 120^0 ein. Die dritte Seite mißt 28 m. Wie groß ist der Kubikinhalt?

Cylinder.

A.

1. Wie groß ist der Kubikinhalt eines Cylinders, wenn der Radius der Grundfläche 3 (5; 0,7; 1,5) m und die Höhe 8 (9; 5; 5,7) m beträgt?

2. Wie groß ist die Oberfläche eines geraden Cylinders, wenn der Radius des Grundkreises 2 (5; 0,5; 0,12; 7,2) m und die Höhe desselben 5 (6; 3,6; 2; 12) m beträgt?
3. Wie groß ist der Mantel eines geraden Cylinders, wenn der Radius des Grundkreises 3 (0,2; 1,7) cm, die Höhe des Cylinders 5 (3; 5,75) cm beträgt?
4. Eine runde Säule aus Granit, welche einen Durchmesser von 1 m hat, ist 7 m hoch. Wie viel wiegt sie, wenn Granit 2,8 mal schwerer als Wasser ist?
5. In einem runden Wasserturme von 1,5 m Radius steht das Wasser 2 m hoch. Welches Gewicht hat dasselbe?
6. Ein kreisrundes Bassin von 5,4 m Durchmesser und 1,4 m Tiefe soll durch eine Röhre gefüllt werden, welche in jeder Sekunde 0,4 l Wasser liefert. In welcher Zeit wird das leere Bassin gefüllt sein?
7. Wie hoch kommt der Verputz eines cylindrischen Turmes an seiner inneren und äußeren Mantelfläche, wenn derselbe 9,25 m hoch ist, einen inneren Durchmesser von 5,1 m, eine Mauerdicke von 0,6 m besitzt und das qm 20 Pfg. kostet?
8. Die Tiefe eines Brunnens beträgt 8 m, die lichte Weite 1,2 m, die Dicke der Umfassungsmauer 0,4 m. Wie viel cbm Mauerwerk sind an dem Brunnen?
9. Was kostet eine Mühlwelle aus Eichenholz von 3,2 m Länge und 0,6 m Durchmesser, wenn das Kubikmeter mit 54 M bezahlt wird?
10. Wie schwer ist eine gußeiserne Röhre von 2 m Länge, 0,2 m Durchmesser im Lichten und 1 cm Wandstärke, wenn Gußeisen 7,2 mal schwerer als Wasser ist?
11. Wie viel wiegt ein Kupferdraht von 1,5 mm Durchmesser und 1 Kilometer Länge, wenn das spezifische Gewicht des Kupfers 8,8 ist?
12. Wie viel Wasser bringt eine Pumpe bei jedem Hub empor, wenn der Durchmesser des Stiefels im Lichten 0,1 m und die Hubhöhe 0,5 m beträgt?

13. Eine gußeiserne Walze von 1 m Durchmesser und 2 m Länge soll durch Abdrehen auf die Hälfte des Gewichtes gebracht werden. Um wie viel verringert sich der Radius?
14. Wie hoch ist ein Hohlcylinder von 2 dm Durchmesser und 25,12 cdm Inhalt? ($\pi = 3,14$.)
15. Die größte Höhe eines schief abgeschnittenen Cylinders von 9 cm Radius beträgt 0,45 m, die kleinste 0,33 m. Wie groß ist a) der Kubikinhalt? b) der Mantel?

B.

16. Wie tief sinkt ein eiserner Cylinder von 0,6 dm Höhe und 1,4 dm Durchmesser im Quecksilber ein, wenn das sp. Gew. des Eisens zu 7,5 und das des Quecksilbers zu 13,6 gerechnet wird?
17. Der Durchmesser eines senkrechten Cylinders ist gleich seiner Höhe. Wie groß ist a) der Kubikinhalt? b) die Oberfläche desselben?
18. Ein senkrechter Cylinder ist schräg abgestutzt und die schräge Schnittfläche bildet mit der Mantelfläche an der Spitze einen Winkel von 45^0 (30^0). Der Durchmesser ist 1,2 m, die größte Höhe 6 m. Wie viel beträgt der Kubikinhalt? Wie groß ist die Oberfläche?
19. Die Höhe eines Cylinders von 69,08 qm Oberfläche beträgt 10 m. Wie groß ist der Kubikinhalt?
20. Verlängert man eine Walze von 640 ccm Inhalt um 2 cm, so wächst ihr Inhalt um 80 ccm. Welche Ausdehnungen hat die Walze?
21. Ein Würfelcylinder soll einen Inhalt von 401,92 cbm bekommen. Welchen Durchmesser und welche Höhe muß man ihm geben?
22. Durchmesser und Höhe des Cylinders A wären gleich groß; der Durchmesser des Cylinders B wäre gleich jenem des Cylinders A, seine Höhe aber doppelt so groß. Wie verhielten sich a) die Inhalte? b) die Oberflächen?

23. In einem cylindrischen Gefäße von 2 dm innerem Durchmesser befindet sich Wasser. Um wie viel wird das Niveau desselben erhöht durch Versenken eines 36,738 kg schweren Eisenstückes von 7,8 spez. Gew.? ($\pi = 3{,}14$.)
24. In ein cylindrisches Gefäß, dessen Boden 0,2 m Durchmesser hat und welches teilweise mit Wasser gefüllt ist, wird ein Stein gelegt. a) Welches Volumen, b) welches Gewicht (sp. G. = 2,5) hat der Stein, wenn nach dem Hineinlegen das Wasser um 0,05 m gestiegen war? ($\pi = 3{,}14$.)
25. Man vergleiche vier Cylinder von gleichem Inhalte, deren Radien 17 cm, 16 cm, 15 cm und 14 cm sind, mit einem ebenso großen gleichseitigen Cylinder und gebe an, bei welchem sich die kleinste Oberfläche befindet.
26. An einem schief abgeschnittenen Cylinder hat die eine Höhe 10 dm, der Halbmesser 6 dm und der Kubikinhalt beträgt 1243,44 cdm. Wie groß ist die andere Höhe? ($\pi = 3{,}14$.)
27. Aus der Oberfläche *(O)* eines gleichseitigen Cylinders ist der Kubikinhalt desselben zu berechnen.
28. Die Höhe eines Cylinders übertrifft den Umfang desselben um 20,44 dm. Wie groß sind beide, wenn die ganze Oberfläche 439,6 qm beträgt?
29. Ein cylindrischer Dampfkessel ist 4 m lang und besitzt einen Durchmesser von 0,8 m. Derselbe ist so eingemauert, daß die vom Feuer berührte Fläche einem Kreisausschnitte von 130^0 angehört. Wie groß ist die Heizfläche?
30. Von einem schief abgeschnittenen senkrechten Cylinder kennt man den Radius der Grundfläche zu 1,5 m; die größere Höhe zu 10 m; die kleinere zu 6 m. Gesucht: a) die halbe große Achse der oberen elliptischen Schnittfläche; b) die obere Schnittfläche oder Ellipse; c) die Gesamtoberfläche; d) der Kubikinhalt des Cylinders.

Kegel.

A.

1. Wie groß ist der Kubikinhalt eines Kegels, wenn der Radius des Grundkreises 5 (12; 0,8; 2,1) m, die Höhe des Kegels 12 (5; 2,4; 3,7) m beträgt?
2. Wie groß ist a) der Mantel, b) die Gesamtoberfläche eines Kegels, wenn der Durchmesser des Grundkreises 6 (10; 2,6; 5) cm und die Seite des Kegels 5 (12; 2,4; 6,4) cm beträgt?
3. Wie groß ist der Kubikinhalt eines Kegels, wenn der Umfang des Grundkreises 6,28 (9,32; 12,56; 4,71) cm und die Höhe 2 (4; 5,2; 6,8) cm beträgt? ($\pi = 3,14$.)
4. Welche Oberfläche hat ein Kegel, dessen Seitenlinie 4 (5; 7,2; 12,8) cm mißt und dessen Grundkreis einen Umfang von 9,32 (18,84; 7,536; 22,608) cm besitzt? ($\pi = 3,14$.)
5. Welche Höhe hat ein Kegel, dessen Radius 10 cm und dessen Inhalt 1570 ccm beträgt? ($\pi = 3,14$.)
6. Die Grundfläche eines Kegels hält 706,5 qcm, sein Inhalt 4733,55 ccm. Wie groß ist a) die Höhe des Kegels, b) der Umfang des Grundkreises? ($\pi = 3,14$.)
7. Der Mantel eines senkrechten Kegels soll bei 10 cm Seitenlinie 282,6 qm groß sein. Welchen Durchmesser muß der Grundkreis haben?
8. Welchen Durchmesser hat ein Kegel bei 40,2 cm Höhe und 9467,1 ccm Inhalt? ($\pi = 3,14$.)
9. Ein Kegel hat bei 6 cm Durchmesser 5 cm Seitenlinie. Wie hoch ist er?
10. Wie lang ist die Seitenlinie eines Kegels von 12 cm Durchmesser und 8 cm Höhe?
11. Ein Hügel, welcher die Gestalt eines Kegels hat, soll abgetragen werden. Wie viel Kubikmeter Erde sind zu bewegen, wenn der Umfang des Hügels, am Grunde gemessen, 628 m und die Höhe 25 m beträgt?

12. Welchen Wert hat eine schön gewachsene Tanne, deren unterer Umfang 1,884 m und deren Höhe 13 m ist, wenn das cbm mit 18 M bezahlt wird?

13. Wie schwer ist ein Zuckerhut von 0,2 m Durchmesser und 0,7 m Höhe, wenn Zucker 1,6 mal schwerer als Wasser ist?

14. Von zwei gleich hohen Kegeln hat der eine 3 cm, der andere 4 cm Radius. Wie verhalten sich ihre Inhalte?

15. Von zwei Kegeln mit gleicher Grundfläche hat der eine 1,2 m, der andere 1,5 m Höhe. In welchem Verhältnisse stehen ihre Inhalte?

16. Ein Turm hat ein kegelförmiges Dach. Wie groß ist die Oberfläche desselben, wenn der Umfang des Daches 18,84 m und die Höhe 8 m beträgt? ($\pi = 3,14$.)

17. Ein Weinglas, das einen auf einem Fuße ruhenden umgestürzten Kegel vorstellt, hat am oberen Rande einen Umfang von 15,7 cm und eine Tiefe von 7 cm. Wie viel Flüssigkeit hält dasselbe?

18. Eine Turmspitze bildet einen Kegel; die Grundfläche hat einen Durchmesser von 6 m; die Höhe der Seitenfläche ist 15 m. Wie viele Kupfertafeln von 0,8 m Länge und 0,6 m Breite sind zur Deckung erforderlich, wenn $^1/_{40}$ des ganzen Flächeninhaltes des Abfalles und Falzens wegen zugeschlagen werden muß?

19. Der Inhalt des Weinglases in Nr. 17 wird in ein cylindrisches Wassergefäß von 8 cm Durchmesser und 10 cm Höhe gegossen. Wie hoch steigt in letzterem die Flüssigkeit?

20. Die Seitenlinie eines Kegels sei 2 m, die Höhe 1,6 m. Wie groß ist a) der Radius der Grundfläche; b) der Inhalt des Kegels?

21. Aus einem Kegel von 6 m Durchmesser und 12 m Höhe soll die größte regelmäßige sechsseitige Pyramide gemacht werden. Wie viel verliert der Körper an Inhalt?

B.

22. Aus einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide von 3 m Seitenlänge und 12 m Höhe soll durch Abschleifen der Kanten der größte Kegel gemacht werden. Wie viel verliert der Körper an Inhalt?
23. Höhe des Kegels 20 dm; Durchmesser 10 dm. Gesucht wird der Mantel und die Oberfläche.
24. Die Seite eines Kegels von 150,72 qm Oberfläche ist um 4 m größer als der Radius der Grundfläche. Wie groß ist a) der Durchmesser; b) die Höhe des Kegels? ($\pi = 3{,}14.$)
25. Der Umfang der Grundfläche eines Kegels ist um 17,12 cm. größer, als die Seite; der Mantel beträgt 100,48 qcm. Wie groß ist der Durchmesser? ($\pi = 3{,}14.$)
26. Oberfläche eines Kegels 188,4 qm; Seite um 3 m kleiner als der Durchmesser. Wie groß sind beide? ($\pi = 3{,}14.$)
27. Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten 2,1 cm und 7,2 cm lang sind, wurde um die größere Kathete als Achse gedreht. Wie groß ist a) die Oberfläche; b) der Inhalt des entstandenen Kegels?
28. Der Durchmesser eines Kegels ist seiner Seitenlinie gleich (gleichseitiger Kegel). Wie groß ist der Radius bei 15 cm Höhe?
29. Ein gleichseitiger Kegel hat 624 qm Oberfläche. Wie groß sind Durchmesser, Höhe und Inhalt?
30. Ein Kegel und eine reguläre sechsseitige Pyramide haben den gleichen Inhalt, nämlich 1570 cbm, und die gleiche Höhe, 15 m. Wie verhalten sich die Oberflächen? ($\pi = 3{,}14.$)
31. Die Oberfläche eines gleichseitigen Kegels ist $= O$. Wie gestaltet sich die Formel für den Kubikinhalt?
32. Die Seite eines gleichseitigen Kegels ist $= a$. Wie groß ist die Oberfläche?
33. Der Längsschnitt eines Kegels stellt ein gleichschenkliges rechtwinkliches Dreieck dar. Wie groß ist bei einer Hypotenuse

von 10 cm der Inhalt, wenn a) die Hypotenuse, b) eine Kathete Durchmesser ist?

34. Zwei ähnliche Kegel haben einen Kubikinhalt von 108 und 150 cbm; die Höhe des ersten mißt 12 m. Wie groß ist die Höhe des anderen?

35. In einen gleichseitigen Cylinder sind eingeschrieben: a) ein Kegel; b) ein reguläres dreiseitiges Prisma; c) eine reguläre dreiseitige Pyramide. Wie verhalten sich die Oberflächen und die Inhalte dieser Körper?

36. Setze in Nr. 35 bei b) und c) statt dreiseitig jedesmal sechsseitig.

37. Der Grundkreis eines schiefen Kegels hat einen Durchmesser von 5 cm; die größte Seite mißt 13 cm, die kleinste 11 cm. Wie groß ist der Kubikinhalt?

38. In einen Würfel ist ein Kegel und ein Cylinder eingeschrieben. Wie verhalten sich die drei Körper a) in Bezug auf ihre Oberflächen; b) in Bezug auf ihre Inhalte?

Die abgekürzte Pyramide.

Vorbemerkung. Annähernd findet man den Kubik-Inhalt einer abgekürzten Pyramide, wenn man sie als Prisma berechnet, dessen Grundflächenseiten das arithmetische Mittel zwischen je zwei einander gegenüber liegenden Kanten der beiden Endflächen sind, oder wenn man als Grundfläche das arithmetische Mittel zwischen den beiden Endflächen annimmt. Genau wird übrigens das Resultat nur nach der im ersten Teil angegebenen Formel.

A.

1. Wie groß ist ein regelmäßiger vierseitiger Pyramidenstumpf, dessen Endflächen Quadrate von 3 m und 4 m langen Seiten sind, wenn die Höhe des Stumpfes 12 m beträgt?

2. Wie schwer ist ein eichener vierkantiger Balken, dessen Grundflächen 0,67 qm und 0,42 qm betragen und dessen Länge 5 m mißt? (Spez. Gew. = 0,69.)

3. Was ist ein Balken von Fichtenholz wert, der unten 0,4 m breit und 0,3 m dick und oben 0,25 m breit und 0,20 m dick ist, wenn derselbe eine Länge von 9 m hat und das Kubikmeter Holz mit 28 M bezahlt wird?

4. Wie tief ist eine Grube in Form einer abgestumpften quadratischen Pyramide, wenn die Seitenlänge der Öffnung 2,5 m, die des Bodens 2 m und der Inhalt der Grube 50 cbm beträgt?

5. Die Grundfläche einer regulären, sechsseitigen, abgestumpften Pyramide hat 8 m und die obere Fläche 5 m lange Seiten; die Höhe mißt 4 m. Wie groß ist der Inhalt?

6. Die Inhalte beider Grundflächen einer abgekürzten Pyramide von 548 cbm Körperinhalt betragen 64 qm und 56,25 qm. Wie hoch ist der Stumpf?

7. Das Fundament eines Schornsteines bildet ein Quadrat von 1,4 m Seitenlänge; die obere Fläche des Schornsteines bildet ebenfalls ein Quadrat von 0,6 m Breite und es beträgt die Höhe des Schornsteines 12,5 m. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Mauerwerks nach Abzug des inneren Raumes von 0,38 m und 0,44 m lichter Weite?

8. Eine sechsseitige, regelmäßige, abgekürzte Pyramide hat 1 m und 0,5 m lange Grundkanten; die Höhe des Stumpfes beträgt 5 m. Welchen Inhalt hat der Körper?

9. Ein quadratischer regelmäßiger Pyramidenstumpf hat Grundkanten von 6 m und 5 m Länge; die Höhe des Körpers beträgt 4 m. Wie lang sind die Seitenkanten? Wie groß ist die ganze Oberfläche?

10. Die Pyramide von Ghize, an der hunderttausend Menschen zwanzig Jahre lang gearbeitet haben sollen, hat 143,8 m Höhe; die Grundflächen bilden Quadrate von 186,8 m und 3,7 m langen Seiten. Denkt man sich diese Pyramide massiv, so entsteht die Frage: Wie viel Kubikmeter Steine hat man dazu gebraucht?

B.

11. Welchen Ausdruck erhält man für die Oberfläche einer abgestumpften, regelmäßigen, vierseitigen Pyramide, wenn die Seiten der größeren Grundfläche $= S$, die der kleineren $= s$ und die Höhe der Pyramide $= h$ ist?

12. Die Oberfläche einer abgekürzten Pyramide mit quadratischer Basis beträgt 351,9 qm; die Höhe des Körpers mißt 10 m. Wie groß sind die Seiten beider Quadrate, wenn sie um 3 m differieren?

13. Die beiden Grundflächen einer abgekürzten Pyramide sind G und g; die Höhe der ganzen Pyramide $= H$; die Höhe der Ergänzungspyramide $= h$. Wie groß ist der Kubikinhalt des Stumpfes?

14. Welchen Kubikinhalt hat eine abgekürzte, regelmäßige, vierseitige Pyramide von 21 m Höhe, wenn die Höhe der Ergänzungspyramide 7,8 m und die Seite der Basis 4,8 m beträgt?

15. Die beiden Grundflächen einer quadratischen, abgekürzten, regelmäßigen Pyramide sind 16 qm und 25 qm groß; die senkrechte Entfernung beider beträgt 9 m. In welchem Verhältnisse steht der Mantel zu der Summe der beiden Grundflächen?

16. Durch die Mitte der Höhe einer Pyramide ist parallel zur Grundfläche eine Ebene gelegt; der Inhalt des Stumpfes ist um 1,645 cbm kleiner, als der der vollständigen Pyramide. Wie groß ist der Stumpf?

17. Eine abgekürzte, regelmäßige, vierseitige Pyramide von 15,6 m Höhe hat einen Kubikinhalt von 353,392 cbm. Wie groß ist die Seite der größeren Basis, wenn die der kleineren 3,4 m mißt?

18. Der Kubikinhalt einer abgekürzten Pyramide von 12 m Höhe beträgt 916 cbm. Der Inhalt der kleineren Grundfläche $= 25$ qm. Wie groß ist die andere Basis?

19. Welchen allgemeinen Ausdruck erhält man für den Kubikinhalt einer abgekürzten, regelmäßigen, dreiseitigen Pyramide, wenn

man deren Höhe mit h und die Seiten der beiden Dreiecke mit S und s bezeichnet?

20. Eine abgekürzte, regelmäßige, dreiseitige Pyramide, von welcher die Seite der unteren Grundfläche um 2 m größer ist als die der oberen, hat einen Kubikinhalt von 42,434 cbm und eine Höhe von 6 m. Wie groß sind die beiden Dreiecksseiten?

Kegelstumpf.

Vorbemerkung. Wenn es auf Genauigkeit nicht ankommt, kann der abgekürzte Kegel als Cylinder betrachtet werden, dessen Grundfläche gleich ist dem arithmetischen Mittel zwischen den beiden Endflächen oder dessen Grundfläche zum Durchmesser das arithmetische Mittel zwischen den beiden Durchmessern der Endflächen hat.

A.

1. Ein Baumstamm hat an dem einen Ende 70 cm, an dem anderen 50 cm Umfang; die Höhe beträgt 10 m. Welchen Kubikinhalt hat derselbe?
2. Wie viel Liter hält ein Gefäß in Form eines abgestumpften Kegels, wenn der obere Durchmesser 51,20 cm, der untere 76,80 cm, die Höhe 61,40 cm beträgt?
3. Wie hoch kommen 10 Bloche von 4 m Länge, wenn jedes am unteren Ende 0,34 m, am oberen aber 0,26 m im Durchmesser hat, und wenn das Kubikmeter mit 11 M bezahlt wird?
4. Ein Gefäß in Form eines abgestumpften Kegels soll an der Bodenfläche 0,24 m und an der oberen, offenen Fläche 0,28 m Durchmesser erhalten und 10 Liter fassen können. Wie hoch muß das Gefäß werden?
5. Die Grundflächen eines abgestumpften Kegels haben 50,24 cm und 12,56 cm Umfang; die Seitenlinie beträgt 5 cm. Wie groß sind Oberfläche und Inhalt?
6. Suche bei Aufgabe Nr. 5 die Differenz zwischen der richtigen und annäherungsweisen Berechnung.

7. Ein Klempner soll eine Ölkanne anfertigen; der Durchmesser des Bodens soll 0,36 m, der der Öffnung 0,16 m und die Höhe 0,48 m betragen. a) Wie viel Blech ist nötig, wenn die Abfälle unberücksichtigt bleiben? b) Wie viel Liter faßt die Kanne?
8. Ein Säulenschaft soll 5 m zur Seitenlinie haben, 1,2 m unteren Durchmesser halten und sich nach oben um $^1/_6$ verjüngen. Wie groß ist die Gesamtoberfläche?
9. Ein Fruchtmaß soll die Form eines abgestumpften Kegels erhalten und 1 Hektoliter fassen. Welche Höhe erhält es, wenn die Durchmesser der Grundflächen 0,80 m und 0,60 m lang sind?
10. Aus einem abgestumpften Kegel, dessen Grundflächen Durchmesser von 8 dm und 6 dm haben, soll ein Cylinder von der Höhe des Kegelstumpfes und einem Durchmesser von 6 dm ausgestochen werden. Wie verhalten sich die Inhalte beider Körper, wenn ihre Höhe zu 10 dm angenommen wird?

B.

11. Der Radius der kleineren Grundfläche eines abgekürzten Kegels $= r$, die Seite $= s$, die Höhe $= h$. Wie groß ist (R) der Radius der größeren Grundfläche?
12. Der Kubikinhalt eines abgekürzten Kegels beträgt 1186,92 cbm; die Höhe ist 18 m. Wie groß ist der Radius der einen Basis, wenn der Halbmesser der anderen 6 m beträgt?
13. Ein abgekürzter Kegel von 14 m Höhe hat 924 cbm Inhalt. Die Summe der Radien der beiden Grundflächen beträgt 9 m. Wie groß ist jeder? $(\pi = {}^{22}/_7)$
14. Welche Formel erhält man für die Oberfläche eines geraden, abgekürzten Kegels, wenn gegeben sind R, r und s?
15. Die Umfänge P und p zweier Grundflächen eines abgekürzten Kegels und die Seite s sind gegeben. Wie groß ist der Mantel?
16. Die Oberfläche eines abgekürzten Kegels beträgt 43,96 qm, die Mantelfläche 30,615 qm und die Seite mißt 3,9 m. Wie groß sind die Halbmesser der beiden Grundflächen?

17. Wie lang ist der Durchmesser der Schnittfläche, wenn von einem Kegel, der 20 cm hoch ist und 12 cm Durchmesser hat, die Spitze 5 cm hoch abgeschnitten wird?

18. Die Durchmesser eines abgestumpften Kegels sind 10 cm und 20 cm. Wie hoch ist der vollständige Kegel, wenn die Höhe der Ergänzungsspitze 15 cm beträgt?

19. Welch' ein Teil ist die Schnittfläche von der Grundfläche, wenn von einem Kegel die Spitze mit $^2/_5$ der Höhe gleichlaufend mit der Grundfläche abgeschnitten wird?

20. Von einem abgekürzten Kegel ist gegeben: Oberfläche = 39,25 qm; Seite = 5 m; Summe der Durchmesser = 4 m. Wie groß sind die Radien?

21. Die Radien der beiden Grundflächen und die Höhe eines abgekürzten Kegels von 533,8 qm Oberfläche verhalten sich wie 2 : 7 : 12. Wie groß sind diese Dimensionen?

22. Ein abgekürzter Kegel hat 194,68 qm Oberfläche, die Summe der Radien der Grundflächen = 6 m und die Seite ist um 3 m größer, als der Halbmesser der größeren Grundfläche. Wie groß sind diese Stücke?

23. Ein Gefäß von der Form eines abgekürzten Kegels soll 464,72 cbm fassen und oben 2 cm weiter als unten sein. Wie groß sind die beiden Durchmesser zu nehmen, wenn die Höhe des Gefäßes 12 cm beträgt?

24. Ein abgekürzter Kegel habe die Radien R, r und die Höhe h. Wie groß ist der Unterschied zwischen seinem Kubikinhalte und dem eines Cylinders vom mittleren Radius und gleicher Höhe?

25. Aus einem Baumstamme von der Form eines abgekürzten Kegels mit den Dimensionen R (0,5 m), r (0,2 m) und h (8 m) wird ein quadratischer Balken gehauen, dessen Grund- und Deckfläche die einbeschriebenen Quadrate sind. Wie groß ist der Kubikinhalt des Abfalles?

26. Aus einem abgestumpften Kegel mit den Dimensionen R, r und h wird ein Cylinder herausgenommen, dessen Grundkreis

einen Radius hat, der gleich ist der halben Differenz der gegebenen Radien. Welches ist der Inhalt des Restes?

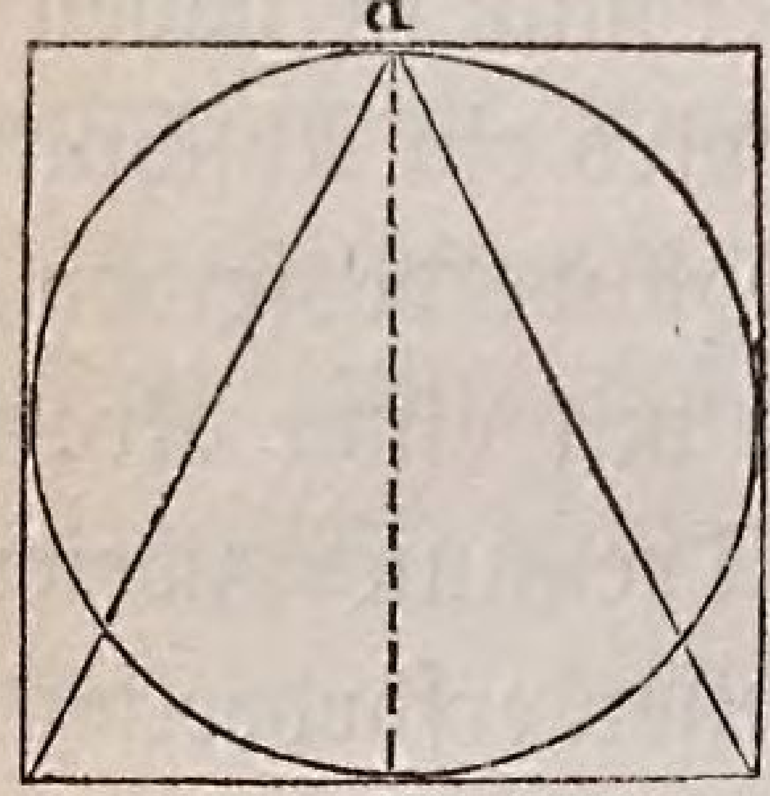
Kugel und Kugelteile.

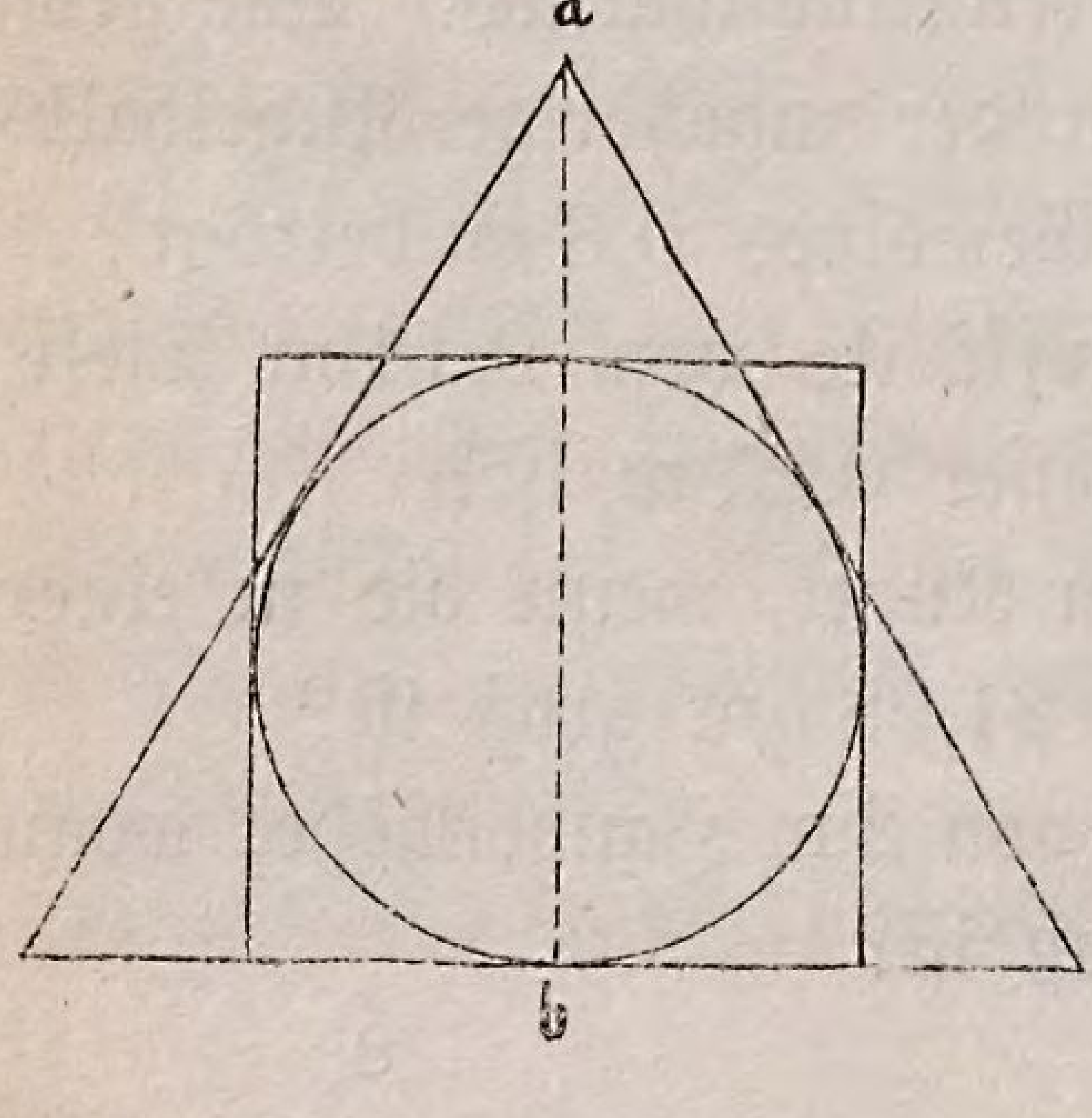
A.

1. Wie groß ist Oberfläche und Inhalt einer Kugel von 0,7 m Durchmesser?
2. Ein Turmknopf von 0,8 m Durchmesser soll vergoldet werden; was kostet die Vergoldung, wenn das qm mit 210 M bezahlt wird?
3. Der Umfang des größten Kreises einer Kugel ist 9,42 m. Wie groß ist die Oberfläche?
4. Wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, wenn die Oberfläche 12,56 qm beträgt?
5. Wie groß ist der Durchmesser einer Kugel von 3,05208 cbm Inhalt?
6. Wenn man den Durchmesser der Erde zu 1720, den des Mondes zu 468 und den der Sonne zu 186000 Meilen annimmt, wie groß ist dann a) die Oberfläche, b) der Inhalt dieser Himmelskörper?
7. Wie groß ist a) der größte Cylinder, b) der größte Kegel und c) die größte Kugel, welche sich aus einem Würfel von 1 m langen Kanten machen lassen?
8. Eine Hohlkugel hat einen äußeren Durchmesser von 3 m und und eine Wandstärke von 5 cm. Welchen Kubikinhalt hat a) die ganze Kugel? b) die Höhlung ? c) die Schale?
9. Ein halbkugelförmiges Gewölbe hat einen inneren Durchmesser von 15 m und eine Mauerdicke von 0,5 m. Wie viel Kubikmeter hat das Mauerwerk?
10. Um welchen Teil wird der Kubikinhalt einer Kugel von 20 cm Durchmesser vermindert, wenn sie bis auf 16 cm Durchmesser abgedreht wird?
11. Welchen Durchmesser hat eine Kugel von 12000 qcm Oberfläche?

12. Zwei eiserne Kugeln von 8 cm und 10 cm Durchmesser sollen in eine umgegossen werden. Welchen Durchmesser erhält dieselbe?
13. Eine Kugel soll 1 Liter fassen. Welcher Durchmesser ist ihr im Lichten zu geben?
14. Eine Hohlkugel hat äußerlich 1256 qcm, innerlich 803,84 qcm Oberfläche. Wie dick ist die Wand?
15. Wie schwer ist eine Holzkugel von 0,30 m Durchmesser, wenn sie im Wasser um $^1/_6$ ihrer Größe einsinkt?
16. Die Radien zweier Kugeln verhalten sich wie 1 : 2. Wie verhalten sich ihre Oberflächen und Inhalte?
17. Wie viele Kugeln von 0,015 m Durchmesser lassen sich aus 1 Zentner Blei gießen, wenn das spezifische Gewicht des Bleies = 11,4 ist?
18. Eine Kugel soll halb so groß als eine andere werden, deren Durchmesser 1 m beträgt. Welchen Durchmesser muß sie erhalten?
19. Eine Kugel soll die gleiche Oberfläche erhalten, wie ein Würfel von 1,2 m langer Kante. Welchen Durchmesser muß sie haben?
20. Von einer Kugel, deren Radius = 0,5 m ist, wird ein Abschnitt von 0,1 m Höhe genommen. Wie groß ist die Haube desselben?
21. Wenn die Luft auf jedes Quadratzentimeter mit einer Kraft von 1,03 kg drückt, welche Kraft ist zur Trennung zweier Magdeburger Halbkugeln von 2 dm Durchmesser erforderlich?
22. Aus einer Kugel von 512 cbm Inhalt sollen 216 cbm konzentrisch herausgenommen werden. Wie stark bleibt die Schale?
23. Ein Gewölbe hat die Form eines Kugelabschnittes. Wie groß ist die Oberfläche desselben, wenn der zugehörige Kugelhalbmesser 6,8 m und die Höhe des Gewölbes 0,8 m beträgt?
24. Wie viel Liter faßt eine Abdampfschale von 0,14 m Tiefe, wenn der zugehörige Kugelhalbmesser 0,25 m ist?
25. Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, wenn die zu einer Höhe von 1,4 m gehörige Haube 21,98 qm groß ist?
26. Wie groß ist ein Kugelausschnitt von 2 m Haubenhöhe, wenn der Radius der Kugel 2,7 m groß ist?

B.

27. Wie groß ist der Kubikinhalt des in eine Kugel von 84,78 qm Oberfläche eingeschriebenen Hexaeders?
28. Der Durchmesser einer Kugel ist um 2,14 m kleiner als der Umfang des größten Kreises. Wie groß sind Durchmesser, Umfang und Oberfläche?
29. Die Summe der Oberflächen zweier Kugeln beträgt 78,5 qm; die Radien derselben differieren um 0,5 m. Wie groß ist die Oberfläche und der Inhalt einer jeden?
30. Die Summe der Durchmesser zweier Kugeln = S, die ihrer Oberflächen = O. Wie groß ist der Durchmesser einer jeden?
31. Nimmt man den Halbmesser einer Kugel um 0,5 m größer, so beträgt die Oberfläche um 15,7 qm mehr. Wie groß waren anfänglich Halbmesser und Oberfläche?
32. Ein Würfel und eine Kugel haben gleiche Oberflächen; der Durchmesser der Kugel ist um 8 cm größer, als die Seite des Würfels. Wie groß sind die Dimensionen?
33. 

Um einen Kreis wird ein Quadrat gelegt und in das Quadrat ein Dreieck, das eine Seite des Quadrates als Basis hat (siehe nebenst. Fig.) und mit der Spitze die gegenüber liegende Seite halbiert. Dreht man jede Figur um die gemeinsame Achse ab, so entsteht ein Cylinder, eine Kugel und ein Kegel. Wie verhalten sich die Kubikinhalte dieser Körper?
34. 

Beschreibt man um einen Kreis ein Quadrat und ein gleichseitiges Dreieck (nebenst. Fig.) und denkt sich diese Flächen um die gemeinsame Achse ab gedreht, so entsteht eine Kugel, ein Cylinder und ein Kegel. In welchem Verhältnisse stehen die Oberflächen und die Inhalte dieser Körper?

35. Die Diagonale eines Würfels mißt 12 m; wie groß ist der Kubikinhalt der in den Würfel eingeschriebenen Kugel?
36. Eine Kugel ist so in einen 12 dm hohen senkrechten Kegel eingeschrieben, daß sie die Basis und die Mantelfläche berührt. Welchen Kubikinhalt haben die beiden Körper, wenn der Kugeldurchmesser 6 dm beträgt?
37. Die Radien zweier Kugeln differieren um 1 m; ihre Oberflächen um 62,8 qm. Wie groß ist der Kubikinhalt einer jeden Kugel?
38. Die Summe der Kubikinhalte zweier Kugeln beträgt 1,172 cbm, die ihrer Radien 1 m. Wie groß sind die Durchmesser?
39. Die Oberfläche einer Kugel bei 1 dm Radius beträgt 12,56 qdm; wie groß ist der Radius der Kugel bei 20 qdm Oberfläche?
40. Was hat man mit dem Radius einer Kugel zu thun, wenn man eine andere Kugel finden will, deren Kubikinhalt 3-, 4-, $^1/_3$-, $^1/_4$ mal so groß sein soll?
41. Man soll drei Kugeln machen, welche zusammen 100 cbm Inhalt haben und sich wie 2 : 3 : 5 verhalten sollen. Wie groß sind die Durchmesser zu nehmen?
42. Auf einem Cylinder, welcher eben so hoch als breit ist, befindet sich eine Halbkugel von gleichem Durchmesser. Wie groß ist die Oberfläche und der Inhalt?
43. Ein kupferner Kessel besteht aus einem abgekürzten Kegel, an dessen untere (kleinere) Grundfläche eine Kugelhaube angesetzt ist. Die obere (größte) Weite beträgt 1,6 m, die untere 1,2 m, die schiefe Seite des Kegels 1,2 m und die Höhe des Kugelabschnittes 0,2 m. Welchen Wert hat derselbe, wenn 1 qdm 2 M kostet?
44. In einem Abstande von 1,5 m vom Mittelpunkte einer Kugel wurde durch diese eine Ebene gelegt. Wie groß ist der Flächeninhalt der beiden entstehenden Hauben, wenn der Radius des Durchschnittskreises 3,6 m beträgt?
45. Auf einem Cylinder, welcher doppelt so hoch als breit ist, ruht ein Kegel, dessen Höhe und Durchmesser dem Durch-

messer des Cylinders gleich sind. Der ganze Körper ist von Eisen (spez. Gew. = 7,2) und wiegt 2848,608 kg. Wie groß sind Radius und ganze Höhe?

46. Eine Kugel und ein gerader Kegel haben gleiche Oberfläche. Die Höhe des Kegels ist um 1,25 cm, die Seite um 2,5 cm größer als der Radius der Grundfläche. a) Welche Oberfläche haben beide Körper? b) Wie verhalten sich die Inhalte derselben?

47. Welcher allgemeine Ausdruck ergibt sich aus Nr. 44 für beide Hauben, wenn a den Abstand des Durchschnittskreises vom Mittelpunkte und ϱ den Radius des Durchschnittskreises bedeutet?

48. Der Inhalt einer Haube beträgt 75,36 qm, ihre Höhe ist um 2 m geringer als der Kugeldurchmesser. Welche Dimensionen haben Höhe und Durchmesser?

49. Es soll der Kubikinhalt eines Kugelsegments im Radius ϱ des Begrenzungskreises und der Höhe h des Segments ausgedrückt werden.

50. Es soll der Flächeninhalt einer Kugelhaube aus dem Radius ϱ des Durchschnittskreises und der Höhe h der Haube berechnet werden.

51. Wie groß ist die ganze Oberfläche eines Kugelsektors, wenn der Halbmesser der Kugel = 2,6 m und die Höhe der zugehörigen Haube = 1,6 m ist?

52. Es sei der Halbmesser einer Kugel = 1,3 m, der Radius eines Nebenkreises = 1,2 m. Welchen Kubikinhalt hat der der kleineren Haube entsprechende Sektor?

53. Eine Hohlkugel faßt 3353,52 Liter. Die Wandung der Hohlkugel ist 1 cm dick. Wie groß ist der Durchmesser der ganzen Kugel? Wie groß die äußere Oberfläche? ($\pi = 3,14$; sonst 4 Dezimalen.)

54. 8 cm und 18 cm von einem Punkte der Oberfläche einer Kugel entfernt werden zwei parallele Ebenen durch diese gelegt. Wie groß ist der Kubikinhalt der dazwischen liegenden Zone, wenn der Halbmesser der Kugel 24 cm mißt?

55. In einem Abstande a vom Mittelpunkte einer Kugel wurde durch diese eine Ebene gelegt. Wie groß ist der Flächeninhalt der darüber liegenden Haube, wenn der Radius des Durchschnittskreises $= \varrho$ ist?

56. Eine Kugel von 2,4 m Radius wird auf einerlei Seite des Mittelpunktes von zwei parallelen Ebenen nach Kreisen geschnitten. Wie groß ist die gesamte Oberfläche der entstehenden Zone, wenn die Durchmesser der Durchschnittskreise 4 m und 2 m betragen?

57. Eine Kugel von 1,8 dm Durchmesser ruht auf einer horizontalen Ebene. In der Richtung des durch den Berührungspunkt gehenden Halbmessers befindet sich in einer Entfernung von 0,6 dm vom Scheitel der Kugel oberhalb derselben ein leuchtender Punkt. Wie groß ist der Radius des Schattenkreises?

58. Eine Kugel wird von einem abgekürzten Kegel vollständig umhüllt, so, daß sie von dessen Mantelfläche, Grund- und Deckfläche berührt wird. Der Kugelradius ist r (3,5 dm); der Radius der kleineren Grundfläche des Kegels $= \varrho$ (2,8 dm). a) Wie groß ist die Mantelfläche des Kegels? b) Wie groß wäre der Bodendruck, wenn der Kegel auf der großen Grundfläche ruhte und mit Wasser gefüllt wäre?

59. Wie groß ist die Gesamtoberfläche eines Kugelausschnittes, wenn der Kugelradius $= R$ und die Höhe des zugehörigen Abschnittes $= \frac{1}{3} R$ ist?

60. Die Schale einer Hohlkugel hat 9,944 cbm Inhalt; die Durchmesser der ganzen Kugel und des hohlen Raumes differieren um 1 m. Wie groß sind dieselben?

61. Aus vier eisernen Kugeln, deren Durchmesser 2 cm, 3 cm, 4 cm und 5 cm lang sind, sollen drei andere gegossen werden, deren Gewichte sich wie 1 : 8 : 27 verhalten. Wie groß werden die Durchmesser derselben gemacht werden müssen? (Sp. G. = 7,2.)

62. Wie groß ist das spezifische Gewicht einer Kugel, welche 813,888 kg wiegt, wenn der Radius 3 dm lang ist?

63. Eine Hohlkugel aus Metall soll im Wasser schweben (d. h. gleiches Gewicht mit dem verdrängten Wasser haben); welche Dicke muß das Metall erhalten, wenn der Radius 3 cm lang ist? (Spez. Gew. = 8.)

64. Wie viele Bleikugeln von 1 cm Durchmesser gehen auf 1 kg Blei? (Spez. Gew. = 11,38.)

65. Durch eine Kugel wurde eine Ebene gelegt, so, daß die Entfernung derselben vom Mittelpunkte gleich dem Halbmesser des Durchschnittskreises wurde. Wie groß war dieser, wenn die Haube 14,71 qm Inhalt hatte?

66. Um wie viel differieren die Oberflächen einer Kugel und des eingeschriebenen Tetraeders, wenn der Durchmesser der ersteren 2 m beträgt?

67. Die Kante eines Oktaeders sei = s (4 cm). Wie groß ist a) die Oberfläche der eingeschriebenen, b) die der umschriebenen Kugel?

68. In eine Kugel vom Radius = r (2 dm) sind eingeschrieben ein Oktaeder und ein Tetraeder. Wie verhalten sich die Inhalte und Oberflächen dieser drei Körper?

Tonnengefäße.

Vorbemerkung. Ein Tonnengefäß berechnet man entweder a) als abgestumpften Doppelkegel mit Durchmesser von der Spund- und Bodenweite und deren Entfernung als Höhe; oder b) als Walze, deren Höhe gleich ist der Länge des Fasses und deren Durchmesser $^2/_3$ der Spundweite und $^1/_3$ der Bodenfläche beträgt. Die letzte Berechnungsweise ist genauer.

1. Ein Faß ist 0,96 m lang; der Durchmesser seiner Bodenfläche beträgt 0,54 m und die Spundtiefe 0,72 m. Wie viel Liter Wein faßt es?

2. Ein Faß von 60 cm Spund- und 45 cm Bodenweite soll 1 hl fassen. Wie lang ist es im Innern zu machen?

Inhalt.

Resultate
und
Lösungs-Andeutungen
zu den
Geometrischen Aufgaben
für
Mittelschulen und Lehrerbildungs-Anstalten

von

Joachim Königbauer.

Amberg.
Druck und Verlag von J. Habbel.
1882.

Königbauer, Joachim,

Geometrische Aufgaben für Mittelschulen und Lehrerbildungs-Anstalten

Bd.: 1

1881